Certificat de mathématiques générales

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 9 (1909), p. 243-245

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1909_4_9__243_2>

CERTIFICAT DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES.

Paris.

I. Épreuve théorique. — 1. *Sur deux axes rectangulaires* Ox *et* Oy, *on construit le rectangle* OABC, *dont le sommet* C *a pour coordonnées les deux nombres positifs* a *et* b, *l'abscisse* a *étant inférieure ou égale à* 1.

Calculer l'intégrale

$$\int \frac{x+y}{\sqrt{1-x^2}}\,dx + \frac{x^2+2y}{1+y^2}\,dy,$$

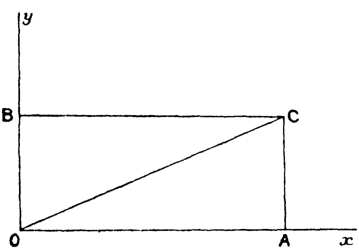
prise de l'origine O *au point* C, *le long de chacun des contours suivants :*

1° *La ligne brisée* OAC,

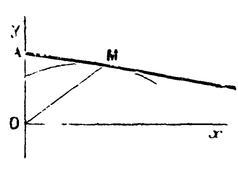
2° *La ligne brisée* OBC,

3° *La diagonale* OC.

Indiquer, en particulier, les valeurs de ces intégrales pour $a = 1$, $b = 1$.



2. *Étant donnés deux axes rectangulaires* Ox *et* Oy, *déterminer une courbe* C *telle qu'en menant la tangente* MA *en un point quelconque* M *de cette courbe, et appelant* A *le point où cette tangente rencontre l'axe* Oy, *on ait, entre les deux distances* OA *et* OM, *la relation* OA = OM.



3. *Déterminer la fonction* y *de* x *qui vérifie l'équation différentielle*

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2m\frac{dy}{dx} + y = e^x + \cos x,$$

où m *est une constante donnée.*

Discuter la forme de l'intégrale générale suivant les diverses valeurs de m. Examiner, en particulier, les cas

$$m = -1, \quad m = 0, \quad m = +1.$$

II. Épreuve pratique. — 1. *Calculer à $\frac{1}{100}$ près les intégrales*

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \frac{dx}{2 + \cos x + \sin x}, \qquad \int_0^1 x^2\sqrt{1 - x^2}\, dx.$$

2. *Calculer le moment d'inertie par rapport à son axe de révolution de chacun des solides suivants, supposé homogène et de densité* ρ :

1° *Cylindre de révolution de rayon* R *et de hauteur* h;

2° *Cône de révolution de rayon de base* R *et de hauteur* h;

3° *Ellipsoïde engendré par la révolution d'une ellipse d'axes* $2a$ *et* $2b$ *autour du grand axe* $2a$.

(Octobre 1907.)