Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 8 (1908), p. 88

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1908_4_8__88_0>

CORRESPONDANCE.

M. G. Fontené. — Le Volume des *Nouvelles Annales* pour 1854 contient une Note de Sylvester qui appellerait de nouvelles recherches. Étant donné un tétraèdre dont les sommets sont a, b, c, d, si $\sqrt{F}$, $\sqrt{G}$, $\sqrt{H}$, $\sqrt{K}$ désignent les expressions des aires des faces en fonction des arêtes, l'expression

$$\begin{aligned} N = &\ (\ \sqrt{F}+\sqrt{G}+\sqrt{H}+\sqrt{K})(\sqrt{F}+\sqrt{G}-\sqrt{H}-\sqrt{K})(\ldots)(\ldots) \\ &\times(-\sqrt{F}+\sqrt{G}+\sqrt{H}+\sqrt{K})(\sqrt{F}-\sqrt{G}+\sqrt{H}+\sqrt{K})(\ldots)(\ldots) \end{aligned}$$

contient en facteur l'expression V^2 du carré du volume, et, si l'on pose

$$N = V^2 Q,$$

on a, à un facteur numérique près,

$$\begin{aligned} Q = \sum ab^2.bc^2.ca^2 &\left[\begin{array}{l} \quad da^4+db^4+dc^4 \\ -(da^2+db^2+dc^2)(ab^2+bc^2+ca^2) \\ +ab^2.bc^2+bc^2.ca^2+ca^2.ab^2 \end{array}\right] \\ &+2\sum db^2.ca^2\times dc^2.ab^2(da^2+bc^2); \end{aligned}$$

on peut supprimer le second sigma en introduisant dans le crochet du premier les termes $da^2.db^2+db^2.dc^2+dc^2.da^2$.

Lorsque Q est nul, l'une des sphères exinscrites situées dans les espaces nommés *combles* a un rayon infini.

Sylvester conjecture que la fonction Q est un déterminant et que, en désignant par Q' la fonction analogue pour le tétraèdre $a'b'c'd'$, le produit QQ', et peut-être $\sqrt{QQ'}$, est une fonction des carrés des distances des sommets des tétraèdres, comme pour le théorème de Staudt.