Certificats de mathématiques générales

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 8 (1908), p. 191-192

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1908_4_8__191_1>

CERTIFICATS DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES.

Montpellier.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — 1° *Déterminer l'intégrale générale de l'équation différentielle*

$$\frac{d^4y}{dx^4} - 2\,\frac{d^3y}{dx^3}\;2 + \frac{d^2y}{dx^2} - 2\,\frac{dy}{dx} + y = \frac{\pi}{2} + 4\cos x.$$

2° *Cette intégrale générale étant considérée comme l'équation d'une courbe plane, déterminer les valeurs des constantes arbitraires de façon que cette courbe passe par les points $x = 0$, $y = 0$ et $x = \pi$, $y = 0$, et qu'en ces deux points elle soit tangente à l'axe des x.*

3° *Calculer l'aire comprise entre l'axe des x et la branche de courbe obtenue entre les deux points donnés d'abscisses 0 et π.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *On considère la portion de l'ellipse*

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y_2}{b^2} = 1$$

comprise entre deux parallèles au petit axe (Oy), *symétriques par rapport à celui-ci. Soit h la distance qui sépare ces parallèles du petit axe. Si la portion d'ellipse ainsi définie tourne autour du grand axe, elle engendre un tonneau. Calculer son volume en fonction de a, b, h.*

En pratique, s'il s'agissait d'un véritable tonneau, on ne pourrait pas mesurer a, mais on pourrait mesurer le rayon r du fond. Modifier la formule obtenue de manière à obtenir une véritable formule pratique pour le cubage des tonneaux. (Novembre 1907.)

Rennes.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — *Intégrer l'équation différentielle*

$$\frac{dy}{dx} - \frac{3}{x}y + \frac{2a^2}{x^2} = 0.$$

Montrer qu'elle admet l'intégrale particulière

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{x} + \frac{x^2}{3a^2}\right). \tag{1}$$

Construire la courbe (C) *représentée par l'équation* (1).

Calculer :

1° *La longueur de l'arc* AM_1 *de* (C) *compris entre les points d'abscisses a et x_1 ;*

2° *Les coordonnées du centre de gravité de l'arc* AM_1 ;

3° *L'expression du rayon de courbure.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer les intégrales définies :*

$$\int_0^\pi \frac{\sin\theta\, d\theta}{(2+\cos\theta)^2},$$

$$\int_0^\pi \frac{d\theta}{(2+\cos\theta)^2}.$$

(Novembre 1907.)