Certificats d'analyse supérieure

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 7 (1907), p. 38-40

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1907_4_7__38_1>

CERTIFICATS D'ANALYSE SUPÉRIEURE.

Paris.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. 1° *Démontrer qu'une fonction uniforme d'une variable ayant partout à distance finie le caractère d'une fonction rationnelle ne peut avoir plus de deux périodes ;*

2° *Démontrer qu'une fonction uniforme de deux variables, ayant partout à distance finie le caractère d'une fonction rationnelle, ne peut avoir plus de quatre paires de périodes. La démonstration devra mettre en évidence un cas particulier où le théorème est en défaut.*

II. 1° *Combien une fonction thêta d'ordre m à une variable a-t-elle de racines dans un parallélogramme de périodes ?*

2° *On considère la fonction thêta à deux variables, avec les périodes 2π et $2\pi i$ pour x et y, satisfaisant aux équations*

$$\Theta(x+\alpha,\ y+\beta) = e^{dx+A}\,\Theta(x, y).$$
$$\Theta(x+\alpha',\ y+\beta') = e^{cy+A'}\,\Theta(x, y),$$

d et c étant entiers et la condition

$$c\beta - d\alpha' = 0$$

étant vérifiée. En désignant par $\Theta(x, y)$ et $\eta(x, y)$ deux de ces fonctions prises arbitrairement, trouver le nombre *des racines communes aux deux équations*

$$\theta(x, y) = 0, \qquad \eta(x, y) = 0$$

dans un prismatoïde de périodes.

Épreuve pratique. — *Trouver les résidus de l'intégrale double de fonction rationnelle*

$$\int\int \frac{x\,dx\,dy}{y^2 - x^4 - 1}.$$

(Octobre 1905.)

Paris.

Epreuve théorique. — I. *Étant donné le tableau de quatre périodes géométriquement distinctes relatif aux variables x et y,*

$$\begin{array}{c|cccc|} x & 2\pi i & 0 & \alpha & \alpha' \\ y & 0 & 2\pi i & \beta & \beta' \end{array}$$

on considère les équations

$$f(x + 2\pi i,\ y) = f(x, y); \qquad f(x, y + 2\pi) = f(x, y),$$
$$f(x + \alpha, y + \beta) = e^{hx} f(x, y); \quad f(x + \alpha', y + \beta') = e^{ky} f(x, y),$$

où h et k sont des nombres entiers. A quelle condition existe-t-il des fonctions entières de x et y satisfaisant à ces quatre équations?

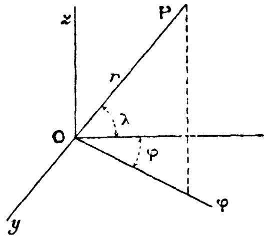
Cette condition étant remplie, quelle est la forme de ces fonctions et combien y en a-t-il de linéairement distinctes? Quelles sont aussi les inégalités à adjoindre à la condition trouvée?

II. *Trouver les résidus de l'intégrale double de fonction rationnelle*

$$\int\int \frac{dx\,dy}{x^2 - ay^2 - by - c},$$

a, b, c, étant trois constantes.

Épreuve pratique. — *Quand une surface est donnée en* *coordonnées polaires par l'expression de r en fonction des*



angles λ *et* φ, *quelle est l'expression de l'élément d'aire sur cette surface?*

Appliquer la formule trouvée à la recherche de l'aire de la surface fermée représentée en coordonnées rectangulaires par l'équation

$$(x^2+y^2+z^2)^2 = a^2(x^2-y^2).$$

On commencera par se rendre compte de sa forme. (*a est une ligne donnée*). (Juillet 1905.)