Certificats d'astronomie

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 4 (1904), p. 264-275

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1904_4_4__264_1>

CERTIFICATS D'ASTRONOMIE.

Besançon.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Exposition des principales inégalités du mouvement de la Lune dues à l'action du Soleil.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Passer des longitude et latitude géocentriques d'un astre à son ascension droite et à sa déclinaison.* (Juillet 1901.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Exposer la méthode suivie dans la* Connaissance des Temps *pour le calcul d'une éclipse de Soleil vue d'un lieu particulier.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer la distance lunaire du Soleil, le* 16 *juin* 1885, *à midi moyen temps de Paris.*

(Juillet 1902.)

Grenoble.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Théorie et calcul des éclipses de Lune.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *En un lieu dont la latitude* λ *est connue, on mesure, à un intervalle de temps* t, *deux hauteurs* h, h' *d'une même étoile : trouver la déclinaison* $\mathcal{D}$ *de cette étoile et son angle horaire* α *lors de la première observation.*

Données numériques :

$$\begin{aligned} \lambda &= 29^\circ, \\ h &= 37^\circ 56' 59'', 6, \\ h' &= 50^\circ 40' 55'', 3, \\ t &= 2^{\rm h} 18^{\rm m} 28^{\rm s}, 66. \end{aligned}$$

(Novembre 1901.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Eléments d'une planète.*

Détermination des éléments d'une planète dont on possède une longue suite d'observations.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Ayant mesuré l'azimut* A_0 *d'une étoile par rapport à une mire* M *placée au sud dans le voisinage du méridien, on demande de calculer l'azimut* A *de la mire. On connaît l'heure sidérale* H_s *de l'observation, la latitude* λ *du lieu et les coordonnées équatoriales* $\mathcal{R}$ *et* $\mathcal{D}$ *de l'étoile.*

Calculer l'influence qu'aurait, sur la détermination de A, *une erreur de* ± 1 *seconde sur l'heure sidérale* H_s.

Chercher à quelle heure sidérale l'observation aurait dû être faite pour rendre insensible l'influence de l'erreur de l'heure. Quel eût été à ce moment l'azimut réel de l'étoile ?

Données numériques :

$$A_0 = 208^\circ 25',$$
$$\mathcal{R} = 12^h 23^m 7^s,5,$$
$$\mathfrak{D} = 68^\circ 13' 20'',5,$$
$$H_s = 7^h 8^m 34^s,4,$$
$$\lambda = 45^\circ 11' 23''.$$

(Novembre 1902.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Les éléments du mouvement relatif du Soleil par rapport à la Terre étant donnés, développer l'anomalie excentrique, le rayon vecteur, l'anomalie vraie, la longitude et l'équation du centre en séries ordonnées suivant les sinus et cosinus des multiples de l'anomalie moyenne. Développer aussi l'ascension droite du Soleil, et calculer l'équation du temps.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *La longitude du Soleil étant*

$$l = 116^\circ 34' 9'',11$$

au moment où son centre atteint, au couchant, l'horizon d'un lieu de latitude $\lambda = 45^\circ 45' 11''$, *en déduire l'heure vraie correspondante, l'obliquité de l'écliptique étant*

$$\omega = 23^\circ 27' 6'',60.$$

Déterminer aussi l'heure du coucher, le lendemain, la longitude du Soleil s'étant accrue, dans l'intervalle, de $57' 17'',13$.

Calculer enfin le temps qui s'est écoulé, le premier jour, entre le moment où le Soleil a atteint l'horizon et celui où il a disparu, le diamètre apparent du Soleil étant égal à $31' 35''$.

On ne tiendra pas compte de la réfraction.

(Juillet 1903.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Définir, en grandeur et en signe, les erreurs instrumentales de la lunette méridienne.*

Correction de l'heure apparente du passage d'une étoile au méridien.

Influence de l'aberration diurne.

Épreuve pratique. — *Résolution d'un triangle géodésique. Calcul préalable des erreurs probables d'observation.*

Données numériques :

$$\text{Angles mesurés...}\left\{\begin{array}{l} A_1 = 42°\ 5'\ 36'',68, \\ B_1 = 59.50.54,01, \\ C_1 = 78.\ 4.10,14. \end{array}\right.$$

En outre,

$$a = 56\,559{,}04 \text{ toises},$$
$$R = 3\,266\,330 \text{ toises}.$$

(Novembre 1903.)

Lille.

Épreuve écrite. — I. *Exposer comment la position d'un astre qui décrit une ellipse suivant les lois de Képler dépend de six éléments et indiquer le calcul des coordonnées héliocentriques de l'astre à un instant donné en fonction de ces éléments.*

Établir la relation, connue sous le nom de théorème de Lambert, *qui existe entre deux rayons vecteurs à deux instants donnés, le moyen mouvement et la corde joignant deux positions de l'astre.*

II. *Déduire de cette dernière relation le théorème d'Euler, en supposant que l'ellipse se déforme et tende vers une parabole.* (Juillet 1902.)

Épreuve écrite. — *Exposer sommairement comment on détermine la longueur d'un arc de méridien à la surface du géoïde.*

Montrer comment on résout les triangles géodésiques qui interviennent dans cette détermination et comment on en déduit la longueur du quart du méridien.

Épreuve pratique. — *Le* 2 *juillet* 1903, *les coordonnées astronomiques de l'étoile* A *sont*

$$\alpha = 19°\,12'\,36'',9, \qquad \delta = 7°\,29'\,37'',7.$$

Calculer : 1° *l'ascension droite de l'étoile équatoriale* B *qui se lève à Lille en même temps que* A; 2° *la différence des azimuts des astres* A *et* B *au moment de leur lever.*

La latitude de Lille est 50°38′44″. (Juillet 1903.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Définir d'une façon précise ce qu'on appelle l'*ÉQUATION DU TEMPS. *Montrer comment elle peut se calculer lorsqu'on a construit une Table des ascensions droites du Soleil vrai et une Table des ascensions droites du Soleil moyen.*

Discuter sommairement la variation annuelle de l'équation du temps, en négligeant les termes de l'ordre de e^2 *et de* $\tang^4 \frac{\omega}{2}$ (*e, excentricité de l'orbite terrestre;* ω, *inclinaison de l'orbite terrestre sur l'équateur*).

Montrer quelle influence a cette variation sur la durée de la demi-journée civile.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Une étoile* A *a une ascension droite de* 1^h *et une déclinaison de* $+60°$; *une étoile* B *a pour coordonnées analogues* 2^h *et* $+45°$. *A quelle heure les deux étoiles sont-elles à la même hauteur au-dessus de l'horizon de Lille et quelle est cette hauteur?*

La latitude de Lille est 50°38′44″.

(Novembre 1903.)

Marseille.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Théorie de la réfraction atmosphérique.*

Formule approchée pour le cas des distances zénithales très faibles.

Formule de Laplace pour le cas où la distance zénithale n'excède pas 80°. (Juillet 1903.)

Montpellier.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Un point matériel se meut, sous l'action du Soleil, sur une orbite parabolique.*

Quelles sont les conditions initiales du mouvement?

Comment peut-on obtenir à l'instant t : 1° *sa position héliocentrique;* 2° *sa position géocentrique en coordonnées équatoriales?*

II. *Latitude terrestre. Sa détermination par l'observation de la polaire.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *On donne, pour l'époque* T, *les coordonnées géocentriques équatoriales* APPARENTES *des planètes Jupiter et Saturne avec les variations* $\delta Æ$, $\delta \mathbb{D}$ *de ces coordonnées pendant* UNE HEURE *de temps moyen :*

$$\text{Jupiter} \ldots \begin{cases} Æ = 21^h 15^m 12^s,68, & \delta Æ = -0^s,809, \\ \mathbb{D} = -16^\circ 46' 13'',0, & \delta \mathbb{D} = -4'',24, \end{cases}$$

$$\text{Saturne} \ldots \begin{cases} Æ = 19^h 50^m 7^s,68, & \delta Æ = -0^s,734, \\ \mathbb{D} = -21^\circ 5' 53'',6, & \delta \mathbb{D} = -2'',15. \end{cases}$$

Au même moment, les coordonnées héliocentriques écliptiques VRAIES *des planètes sont :*

$$\text{Jupiter} \ldots \begin{cases} V_1 = 307^\circ 25' \; 9'',5, \\ S = -0^\circ 39' 14'',7, \\ \log r = 0,705791, \end{cases}$$

$$\text{Saturne} \ldots \begin{cases} V_1 = 294^\circ \; 2' 41'',6, \\ S = -0^\circ \; 3' \; 9'',5, \\ \log r = 1,001104 \end{cases}$$

et les coordonnées géocentriques écliptiques VRAIES *du Soleil :*

$$\text{Soleil} \ldots \begin{cases} \mathfrak{L} = 100^\circ 35' 51'',0, \\ \lambda = 0^\circ \; 0' \; 0'',0, \\ \log R = 0,007221. \end{cases}$$

Sachant, d'autre part, que la lumière franchit la distance du Soleil à la Terre en $498^s,5$, *on demande quelles sont à l'instant* T :

1° *Les coordonnées géocentriques équatoriales* VRAIES *de Jupiter et de Saturne ;*

2° *La distance angulaire géocentrique* VRAIE *des deux planètes.*

Vérifier les résultats obtenus. (Juillet 1902.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Phénomènes de la précession et de la nutation. Leur influence sur la position des étoiles.*

Formules usuelles de la précession en coordonnées équatoriales.

II. *Développer en fonction de l'excentricité e et de l'anomalie moyenne* $\mathcal{G}$, *l'expression du rayon vecteur r, dans le mouvement elliptique autour du Soleil.*

Épreuve pratique. — *On donne les positions, en ascension droite, de la Lune pour les dates suivantes :*

Temps moyen de Paris.	Ascension droite.
Mars 7. 0^h	$5^h 38' 17'',12$
» 6^h	5.53.14,26
» 12^h	6. 8.13,88
» 18^h	6.23.15,08
» 24^h	6.38 16,97

En conclure les valeurs de l'ascension droite :

1° *D'heure en heure à partir de la date initiale;*

2° *A* $6^h 48^m 0^s$. (Novembre 1902.)

Épreuve écrite. — *Mouvement en longitude du Soleil dans le plan de l'écliptique. Premières observations montrant la non-uniformité du mouvement. Équation du centre pour les anciens. Expliquer sommairement comment on établit pour le Soleil les deux premières lois de Képler. Éléments de l'orbite. Ces éléments étant supposés connus, comment détermine-t-on un lieu du Soleil au temps t? (On pourra supposer que le passage au perigée a lieu à l'instant* $t = 0$.)

Établir l'équation de Képler donnant l'anomalie excentrique u en fonction du temps. Rayon vecteur et anomalie vraie ou longitude exprimés en fonction de u. (On exposera le calcul détaillé des dernières formules demandées, mais il ne sera pas question des développements en série appuyés sur la formule de Lagrange.)

Épreuve pratique. — *On observe au théodolite l'étoile* α *Bélier dont les coordonnées uranographiques sont :*

$$\text{Æ} = 2^h 1^m 42^s \quad \text{et} \quad \text{Ꝺ} = 23°0'14'',$$

et l'observation en question donne pour les coordonnées zénithales :

Distance zénithale.... $z = 32° 17' 10''$
Azimut.............. $A = 56° 56' 2''$

On demande :

1° *L'heure sidérale du lieu d'observation et sa longitude géographique sachant que l'on possède un chronomètre réglé sur l'heure sidérale de Paris et marquant* $3^h 47^m 52^s,3$ *au moment de l'observation;*

2° *La latitude du lieu d'observation.*

(Juillet 1903.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Précession des équinoxes. Explication mécanique élémentaire du phénomène. Ses effets. Avec les coordonnées uranographiques dépendant du pôle et de l'équateur actuels* ($t = 0$) *déterminer les coordonnées du point de la sphère céleste où se trouvera le pôle dans un temps t à venir.*

Parmi les importantes inégalités lunaires, quelle est celle dont la cause peut particulièrement s'assimiler à celle de la rétrogradation du point équinoxial? Pourquoi?

ÉPREUVE PRATIQUE. — *A l'Observatoire de Paris (colatitude* $\lambda = 41° 9' 49''$), *on observe l'étoile* β *de Persée (distance polaire* $\delta = 49° 25' 4''$) *à laquelle on attribue une distance zénithale* $z = 15° 7' 11''$.

Montrer qu'il existe au sud de Paris, sur le même meridien, un lieu où une observation faite au même instant que la précédente conduirait à attribuer à la même étoile la même distance zénithale qu'à Paris dans un azimut supplémentaire du premier.

Déterminer ce second lieu. (Novembre 1903.)

Poitiers.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *La Lune. Plan de l'orbite. Éléments. Longitude. Rotation de la Lune.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *On a trouvé pour la hauteur du centre du Soleil* $47° 34' 17''$, *avant midi; la latitude du lieu* *est* $46^\circ 35' 5''$, *on demande l'heure et l'azimut :*

Déclinaison du Soleil........	$23^\circ 27'$
Temps moyen à midi vrai....	$12^h 1^m 35^s$

(Juillet 1901.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Théorie de la réfraction astronomique.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *De l'azimut d'un astre déduire la hauteur et l'heure sidérale.*

Données :

Ascension droite..........	$6^h 46^m$
Déclinaison...............	$+23^\circ\ 1'\ 5''$
Azimut	$77^\circ\ 9'\, 13''$
Latitude du lieu	$46^\circ 34' 55''$

(Juillet 1902.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Définir la collimation dans le cas de la lunette méridienne. Correction correspondante.*

II. *Précession et nutation en tenant compte des déplacements de l'écliptique et de l'équateur.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calcul des phases d'une éclipse de Lune.* (Juillet 1903.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — *On suppose connues les colatitudes extrêmes* λ *et* λ' *d'un arc de méridien dont la longueur est* s; *former l'équation qui relie ces données aux inconnues* a *et* e^2.

Ayant une valeur approchée de e^2, *calculer la longueur du quart de l'ellipse.*

Ayant plusieurs arcs mesurés, quelle est la méthode à suivre pour déduire a *et* e^2?

ÉPREUVE PRATIQUE. — *L'inclinaison de l'orbite d'une planète est* $1^\circ 18' 41''$, *la longitude du nœud* $98^\circ 56' 17''$, *trouver la longitude et la latitude héliocentriques quand la longitude vraie dans l'orbite est* $276^\circ 39' 40''$.

(Novembre 1903.)

Toulouse.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Calculer la déviation totale que la réfraction atmosphérique fait subir à un rayon lumineux émané d'une étoile.*

(*Les candidats se borneront au calcul de la déviation, sans faire, sur l'intégrale obtenue, les simplifications résultant d'hypothèses sur la constitution de l'atmosphère.*)

II. *En deux stations* S *et* S_1 *situées sur le même méridien terrestre, l'une dans l'hémisphère nord de latitude géocentrique* φ, *l'autre dans l'hémisphère sud de latitude géocentrique* φ_1, *on observe une même petite planète au moment de son passage au méridien.*

Soient δ *et* δ_1 *les déclinaisons observées en* S *et en* S_1.

Déduire des nombres φ, φ_1, δ, δ_1 *la parallaxe équatoriale horizontale de la petite planète.*

On donne, en outre, le rayon équatorial a *et le rayon polaire* b *de l'ellipsoïde terrestre. On négligera le cube de la parallaxe.* (Novembre 1902.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — 1° *Établir les formules classiques suivantes du mouvement elliptique :*

$$r = a(1 - e\cos u),$$

$$\sqrt{\frac{r}{a}}\cos\frac{v}{2} = \sqrt{1-e}\cos\frac{u}{2},$$

$$\sqrt{\frac{r}{a}}\cos\frac{v}{2} = \sqrt{1+e}\sin\frac{u}{2},$$

$$u - e\sin u = \mathrm{M},$$

$$\tang\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tang\frac{u}{2} = \tang\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)\cdot\tang\frac{u}{2},$$

dans lesquelles a, r, $e = \sin\varphi$, u, v, M *désignent respectivement le demi-grand axe, le rayon vecteur, l'excentricité, les anomalies excentrique, vraie et moyenne.*

2° *Étudier la marche de la fonction* $v - u$ *quand* u *varie de* 0° *à* 360°. *Trouver, en particulier, la valeur de* u *pour* *laquelle cette différence atteint son maximum, la valeur de ce maximum et le rayon vecteur correspondant.*

Construire géométriquement le point de l'orbite correspondant à ce maximum.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *En un lieu de latitude* λ, *on observe une étoile au moment de son passage dans le premier vertical après le méridien. Soient* H *l'heure sidérale de l'observation et* z *la distance zénithale de l'étoile. Déduire de cette observation l'ascension droite et la déclinaison de l'étoile.*

Données numériques :

$$\lambda = 43^\circ 36' 45'',$$
$$H = 7^h 21^m 26^s,3,$$
$$z = 51^\circ 21' 50''.$$

(Novembre 1903.)

Nancy.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Soient*

$$\psi = at + bt^2 + \Psi,$$
$$\omega = \omega_0 + ct^2 + \Omega$$

les formules qui définissent l'équateur de l'époque 1850 + t *relativement à l'écliptique de* 1850, t *étant exprimé en année julienne. On y néglige les petits termes* bt^2, ct^2 *et l'on adopte les valeurs*

$$a = 50'',37, \qquad \omega_0 = 23^\circ 27' 32'';$$

d'autre part, on réduit la nutation en longitude Ψ *et la nutation en obliquité* Ω *à leurs termes les plus importants*

$$\Psi = -17'',25 \sin\beta, \qquad \Omega = +9'',22 \cos\beta,$$

β *étant la longitude du nœud ascendant de la Lune.*

Représenter géométriquement le mouvement de l'équateur moyen par rapport à l'écliptique de 1850, *puis le mouvement de l'équateur vrai par rapport à l'équateur moyen. Ellipse de nutation.*

II. *Une masse* M *homogène de densité* ε *remplit le volume* *engendré par un triangle* ABC *rectangle en* A *tournant autour d'une parallèle* Cz *à* AB *menée par le sommet* C.

Soit CF *l'attraction exercée par la masse* M *sur un point matériel de masse donnée* μ *coïncidant avec le point* C, *et soit* CF_1 *l'attraction exercée sur le même point matériel par une sphère homogène de même densité* ε *que* M, *ayant pour diamètre un segment* CD *de* Cz *égal à* AB.

On donne $AC = 1^{m}$; *calculer à* 5^{cm} *près la longueur de* AB *et de* CD *pour que les deux attractions soient les mêmes.*

(Juillet 1903.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Trouver la latitude des lieux terrestres pour lesquels, le jour où la déclinaison du Soleil est* $\mathcal{D}$, *le crépuscule astronomique cesse à* 6 *heures de temps vrai. Quelles sont les valeurs de* $\mathcal{D}$ *pour lesquelles il existe une latitude répondant à la question et comment varie-t-elle avec* $\mathcal{D}$? *Calculer la durée du crépuscule à une telle latitude pour le jour indiqué.*

II. *Exposer les différentes méthodes qui permettent d'obtenir dans une première approximation la densité moyenne de la Terre.*

(Novembre 1903.)