NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 3 (1903), p. 95-96

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3__95_1>

QUESTIONS.

1962. Soient

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Fyz + 2Gzx + 2Hxy = 1,$$
$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 1$$

les équations de deux quadriques rapportées à un système quelconque d'axes rectangulaires passant par leur centre commun; on demande de démontrer les propositions suivantes :

1° Les conditions qui expriment que ces deux quadriques ont les mêmes axes de figure sont

$$(1) \qquad \begin{cases} U = (Hg) + (Bf) + (Fc) = 0, \\ V = (Ga) + (Fh) + (Cg) = 0, \\ W = (Ah) + (Hb) + (Gf) = 0, \end{cases}$$

où l'on a posé

$$Hg - Gh = (Hg), \qquad Bf - Fb = (Bf), \qquad \ldots.$$

2° La condition qui exprime que le plan ayant pour équation

$$lx + my + nz = 0$$

coupe les deux quadriques données suivant deux coniques ayant les mêmes axes de figure est

$$(l^2+m^2+n^2)(lU+mV+nW)$$
$$-\begin{vmatrix} l & m & n \\ lA+mH+nG & lH+mB+nF & lG+mF+nC \\ la+mh+ng & lh+mb+nf & lg+mf+nc \end{vmatrix}=0.$$

Si les axes sont obliques et font entre eux des angles λ, μ et ν, les conditions (1) prennent la forme

$$\begin{aligned}
&(Hg)\sin^2\lambda+(Bf)\sin^2\mu+(Fc)\sin^2\nu\\
&\quad+(Bc)(\cos\mu\cos\nu-\cos\lambda)\\
&\quad+[(Fg)+(Hc)](\cos\nu\cos\lambda-\cos\mu)\\
&\quad+[(Hf)+(Bg)](\cos\lambda\cos\mu-\cos\nu)=0,\\
&(Ga)\sin^2\lambda+(Fh)\sin^2\mu+(Cg)\sin^2\nu\\
&\quad+[(Fg)+(Ch)](\cos\mu\cos\nu-\cos\lambda)\\
&\quad+(Ca)(\cos\nu\cos\lambda-\cos\mu)\\
&\quad+[(Gh)+(Fa)](\cos\lambda\cos\mu-\cos\nu)=0,\\
&(Ah)\sin^2\lambda+(Hb)\sin^2\mu+(Gf)\sin^2\nu\\
&\quad+[(Hf)+(Gb)](\cos\mu\cos\nu-\cos\lambda)\\
&\quad+[(Gh)+(Af)](\cos\nu\cos\lambda-\cos\mu)\\
&\qquad\qquad+(Ab)(\cos\lambda\cos\mu-\cos\nu)=0.
\end{aligned}$$

(GENTY.)

1963. Rectifier la courbe représentée par

$$x^4\left(\frac{a^2}{x^2}-1\right)-y^4\left(\frac{b^2+2x^2}{y^2}+1\right)=0.$$

(G. FLEURI.)

1964. Rectifier la courbe déterminée par l'intersection de

$$x^2+y^2+z^2=r^2 \quad \text{et de} \quad \frac{z^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1.$$

(G. FLEURI.)

1965. Rectifier la courbe représentée par

$$(x^2+y^2)^4-k^2a^2b^2x^2y^2[(a^2-b^2)+(x^2-y^2)]=0.$$

(E. RENAUD.)