Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 3 (1903), p. 240

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3__240_0>

QUESTIONS.

1972. Déterminer α et h de façon que les intégrales

$$u = \int \frac{(\alpha x + h)\,dx}{\sqrt{x(x-1)(x-4)(x-9)}},$$

$$v = \int \frac{(\alpha x - 5h)\,dx}{\sqrt{x^4 + 2x^2 - 4x + 1}}$$

soient pseudo-elliptiques et les calculer. (DOLBNIA.)

1973. Trouver dans quels cas les intégrales abéliennes

$$u = \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x^2 + 2ax + b)(x^2 + 2rx + s)^2}},$$

$$v = \int \frac{dr}{\sqrt[6]{(x-a)^4(x-b)^2(x^2 + cx + e)^3}},$$

$$w = \int \frac{dx}{\sqrt[4]{(x-a)(x-b)^3(x-c)^2 x^2}}$$

peuvent être ramenées à des intégrales elliptiques et faire ces réductions. (DOLBNIA.)

1974. Posant d'une manière générale

$$y_k = (m+1)^k a_0 x^m + m^k a_1 x^{m-1} + (m-1)^k a_2 x^{m-2} + \ldots + a_m,$$

k et m étant des entiers positifs, si l'équation $y_0 = 0$ a toutes ses racines réelles, il en est de même de l'équation $y_k = 0$, quel que soit k, les deux équations ayant d'ailleurs le même nombre de racines positives. En outre, si $p > k$, toute racine p^{uple} de $y_0 = 0$ est racine $(p-k)^{\text{uple}}$ de $y_k = 0$.

Par exemple, en partant de $y_0 = (x-1)^m$, on voit que, pour $k < m$,

$$(m+1)^k x^m - \frac{m}{1} m^k x^{m-1} + \frac{m(m-1)}{1.2}(m-1)^k x^{m-2} - \ldots + (-1)^m = (x-1)^{m-k} f(x),$$

$f(x)$ ayant toutes ses racines réelles et positives.

(M. D'OCAGNE.)