NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Certificats d'études supérieures des facultés des sciences. Session de juillet 1900. Compositions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 19 (1900), p. 560-567

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__560_1>

CERTIFICATS D'ÉTUDES SUPÉRIEURES DES FACULTÉS DES SCIENCES.

SESSION DE JUILLET 1900. — COMPOSITIONS.

Montpellier.

Calcul différentiel et intégral.

Épreuve écrite. — *Une surface est représentée, par rapport à des axes rectangulaires, par l'équation*

$$Z = f(x) + \varphi(y),$$

déterminer les fonctions f et φ de façon que la somme des rayons de courbure principaux soit nulle en tout point de la surface.

Calculer les rayons de courbure principaux de la surface obtenue, et déterminer ses lignes asymptotiques.

Épreuve pratique. — *Calculer la surface de la partie du cylindre*

$$y^2 = 2px$$

comprise à l'intérieur de la sphère

$$x^2 + y^2 + z^2 = (2p + a)x.$$

ASTRONOMIE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Déduire du principe de la gravitation universelle les lois du mouvement d'un corps céleste autour du Soleil.*

II. *Définir les éléments d'une orbite elliptique et faire connaître à l'instant t :*

1° *La position de la planète dans son orbite;*

2° *Ses coordonnées rectangulaires héliocentriques;*

3° *Ses coordonnées géocentriques équatoriales.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *La latitude géographique de Montpellier est* $43°36'44'',0$.

Calculer la latitude géocentrique φ' *et la distance géocentrique* h *du même point en adoptant les valeurs suivantes des éléments du sphéroïde terrestre :*

$$\text{Rayon équatorial} \ldots\ldots\ldots \quad a = 6\,377\,397^{\text{m}},15$$
$$\text{Rayon polaire} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad b = 6\,356\,078^{\text{m}},96$$
$$\varepsilon = \text{aplatissement} = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{299,153}.$$

MÉCANIQUE RATIONNELLE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Dans un plan fixe, une barre homogène non pesante,* AB, *est mobile autour de son extrémité* A *qui est fixe. Un point* M, *non pesant, assujetti à se mouvoir sur la barre, est attiré par chaque élément de celle-ci proportionnellement aux masses et à la distance, l'attraction étant égale à l'unité pour des masses égales à l'unité placées à l'unité de distance.*

I. *Établir les équations qui déterminent le mouvement du système.*

II. *On suppose la masse de la barre égale à* 3, *celle du point* M *égale à* 1, *la longueur de la barre égale à* 1, *la vitesse angulaire initiale de la barre égale à* ω, *et enfin la vitesse relative initiale du point* M *sur la barre égale à* 0.

Dans ces hypothèses, étudier en détail le mouvement dans les deux cas :

1° *La position initiale du point* M *est* A;

2° *Cette position initiale est* B.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Ox, Oy, Oz *sont trois axes rectangulaires. On considère le tore engendré par la révolution autour de* Oz *d'un cercle situé dans le plan* zOx, *de rayon* R, *et dont le centre est placé sur* Ox *à la distance* a *du point* O $(a > R)$.

On suppose le tore rempli d'une matière homogène, et l'on demande de calculer les moments d'inertie du tore par rapport aux trois axes Ox, Oy, Oz.

Grenoble.

ASTRONOMIE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Réduction des observations méridiennes pour la détermination de l'heure du passage d'une étoile au méridien. Formule de Bessel.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer la longueur* Q *du méridien terrestre supposé elliptique, connaissant l'excentricité* e *et la longueur* s *d'un arc mesuré entre les latitudes* λ *et* λ'.

Données numériques :

$$s = 551\,583^{\text{r}},5, \qquad \lambda = 51^\circ\ 2'\,10'',5,$$
$$e^2 = 0,005979, \qquad \lambda' = 41^\circ 21' 44'',8.$$

Calcul différentiel et intégral.

Épreuve écrite. — *On donne l'équation aux dérivées partielles*

$$z^2(2+p^2+q^2)-2pzx-2qzy-x^2-y^2=0$$

définissant des surfaces rapportées à trois axes rectangulaires :

1° *Démontrer que cette équation ne change pas si l'on fait tourner les axes autour de* Oz;

2° *Rechercher parmi les surfaces intégrales toutes celles qui sont de révolution autour de* Oz; *et aussi toutes celles qui sont de révolution autour d'une droite du plan* xOy;

3° *Intégrer complètement l'équation proposée, et donner sa solution singulière.*

Épreuve pratique. — *On considère la courbe d'intersection des deux surfaces*

$$z^2-bz-ax=0, \qquad z^4-2bz^3+a^2y^2=0,$$

et l'on demande :

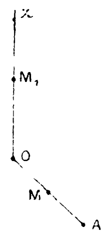
1° *De construire ses projections sur les plans coordonnés;*

2° *De rectifier cette courbe.*

Mécanique.

Épreuve écrite. — *Un tube rectiligne matériel homogène* OA, *de masse* μ *et de longueur* a, *lié en* O *à un axe fixe vertical* Oz *auquel il reste perpendiculaire, peut tourner librement autour de cet axe. Deux points matériels* M *et* M_1, *de masse* m *et* m_1, *glissent sans frottement, le premier dans le tube, le second sur* *l'axe* Oz. *Ces points sont pesants et exercent de plus l'un sur l'autre des attractions mutuelles proportionnelles à la distance qui les sépare. On suppose à l'origine* M_1 *sans vitesse, le tube animé d'une vitesse*

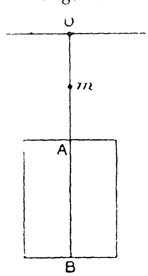
Fig. 1.



angulaire donnée ω *et* M *en repos relatif dans le tube. On demande le mouvement du système. Le tube est bouché en* O, *ouvert en* A. *Quand* M *s'éloigne de* O, *que faut-il pour qu'il ne sorte pas du tube? Mouvement ultérieur quand* M *peut quitter le tube.*

Épreuve pratique. — *Un cylindre homogène de révolution, de hauteur* h, *est supporté par une tige* OA

Fig. 2.



de même longueur h, *dont on néglige la masse et qui est le prolongement de son axe* AB. *Cette tige est liée en* O *à un axe horizontal autour duquel elle peut tourner.*

I. *Quel doit être le rayon du cylindre pour que le pendule simple synchrone ait la longueur $2h$?*

II. *Cette condition étant remplie, on ajoute une masse additionnelle m que l'on fait glisser le long de la tige entre O et A, et l'on demande d'étudier la variation de la longueur du pendule simple synchrone suivant la position de m.*

Poitiers.

Calcul différentiel et intégral.

Épreuve écrite. — *Trouver l'équation générale des surfaces représentées par l'équation aux dérivées partielles*

$$\frac{\partial z}{\partial y}\left(z^2+x\sqrt{a^2-y^2-z^2}\right)-\frac{\partial z}{\partial x}yx+yz=0.$$

Mode de génération. Evaluer la surface particulière qui contient la droite $y=0$, $z=0$. Évaluer le volume de chacune des deux nappes de cette surface.

Épreuve pratique. — *Intégrer l'équation*

$$4xy''+y'+4y\sqrt{x}=x^{\frac{5}{4}}.$$

Astronomie.

Épreuve écrite. — *Établir les formules qui déterminent l'anomalie excentrique, le rayon vecteur, l'anomalie vraie. — Calcul approché de l'anomalie excentrique.*

Épreuve pratique. — *Les coordonnées d'une étoile sont :*

Ascension droite..........	$0^h 3^m 50^s$
Déclinaison boréale.......	$58°35'53'$

On a mesuré la hauteur et l'azimut et l'on a trouvé :

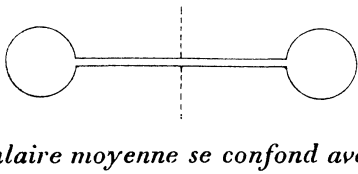
Hauteur	34°21′25″
Azimut compté du point sud vers l'ouest...	141°25′45″

Calculer l'angle horaire et la latitude. L'heure de l'observation est postérieure à $6^h 30^m$ *de temps sidéral.*

MÉCANIQUE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Un point matériel mobile sur la surface engendrée par la révolution d'une hyperbole équilatère autour de son axe non transverse est soumis à l'action d'une force attractive perpendiculaire au plan du cercle de gorge et inversement proportionnelle au cube de sa distance à ce plan,* μ *étant l'intensité à l'unité de distance : il part d'une hauteur* h *au-dessus de ce plan avec une vitesse initiale* $v_0 = \frac{\sqrt{\mu}}{h}$ *tangente au parallèle. Étudier le mouvement. Calcul de la réaction.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Un corps de révolution se compose d'un tore et d'un disque circulaire dont la*



section circulaire moyenne se confond avec la section moyenne du tore. Le rayon du cercle générateur du tore égale 0m,05, *le rayon du disque* 0m,25 *et son épaisseur* 0m,01; *densité* 8. — *En supposant ce corps animé d'un mouvement de rotation autour de son axe dans lequel il fait* 1000 *tours par minute, on demande de calculer :* 1° *sa force vive;* 2° *le travail mécanique* *équivalent;* 3° *quelle quantité de chaleur correspondrait à l'anéantissement subit de cette force vive.* (*Équivalent mécanique de la chaleur,* 425^{kgm}.)