NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 19 (1900), p. 382-384

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__382_1>

QUESTIONS.

482 (**1859**, 266). Le centre de la sphère circonscrite à un tétraèdre, le centre de l'hyperboloïde passant par les quatre hauteurs, le centre de gravité du tétraèdre, sont trois points en ligne droite. (JOACHINSTHAL.)

539 (**1860**, 308). Trouver l'équation d'une courbe qui représente les trois folioles égales du *Trifolium pratense*. Chaque foliole est partagée symétriquement par une droite qui aboutit vers l'intérieur à un point de rebroussement, et à l'extérieur à un point d'inflexion. Les trois droites formant entre elles des angles de 120° se réunissent (à peu près) au même point du pédoncule.

558 (**1861**, 399). Pour quelle longitude du Soleil le temps que son disque met à traverser le méridien est-il un maximum ou un minimum?

1855. Un cône a pour sommet un point s d'un ellipsoïde et pour base la section diamétrale faite dans cette surface par un plan perpendiculaire au diamètre qui passe par s. L'enveloppe de ce cône, lorsque son sommet décrit l'ellipsoïde, est une surface de l'onde. (MANNHEIM.)

1856. Des poids $1, 1, 2, 3, 5, \ldots, U_n$, mesurés par les nombres qui forment la suite de Fibonacci, sont respectivement appliqués en des points d'une droite qui ont pour abscisses 1, 2, 3, ..., n. On demande de déterminer la position du barycentre de ce système. (C.-A. LAISANT.)

1856. $pqrs\ldots tuvw$ est une permutation formée avec les quantités positives croissantes a_1, a_2, a_3, ..., a_n. Quelles sont les permutations pour lesquelles la somme

$$pq + qr + rs + \ldots + tu + uv + vw$$

a 1° la plus grande valeur? 2° la plus petite valeur?

(E. LEMOINE.)

1857. On donne, dans un plan, un triangle ABC dont les côtés sont a, b, c. On demande d'étudier, dans l'espace, le lieu des points M tels que leurs distances MA', MB', MC' aux trois côtés du triangle soient proportionnelles à a, b, c.

En particulier, déterminer la projection de ce lieu sur le plan du triangle, séparer sur cette projection les arcs qui sont des projections réelles de la courbe de l'espace, et examiner le cas du triangle isoscèle.

Cette question constitue en quelque sorte une extension du point de Lemoine, puisque c'est, dans l'espace, la courbe dont tous les points jouissent de la propriété qui dans le plan appartient au point de Lemoine. (E. LEMOINE.)

1858. Prouvez géométriquement que la caustique des rayons divergeant du focus et réfléchis à l'arc d'une cardioïde est la courbe $\left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\sin\frac{\theta}{2}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\cos\frac{\theta}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$ où a est le radius du cercle fixe de la cardioïde. (ARCHIBALD.)

1859. On a, dans un espace linéaire à n dimensions, $L_n(n+1)$ points $P_0 P_1 \ldots P_n$: chercher le lieu géométrique du barycentre de $l^1(n+1)^{\text{ièdre}}$ constitué par ces points lorsque P_0 étant fixe, l'iperplan déterminé par les autres tourne autour d'un point fixe Q. (H. PICCIOLI.)

1860. $a_1 a_2 \ldots a_n$ étant les chiffres d'un nombre, soit $a_{i_1} a_{i_2} \ldots a_{i_n}(a_{j_1} a_{j_2} \ldots a_{j_n})$ un quelconque des nombres que l'on peut obtenir du précédent en changeant l'ordre des chiffres par un nombre pair (impair) de transpositions. Montrer que l'on a

$$\Sigma a_{i_1} a_{i_2} \ldots a_{i_n} = \Sigma a_{j_1} a_{j_2} \ldots a_{j_n} \qquad \text{pour} \qquad n \geqq 3.$$

(H. PICCIOLI.)

1861. La tangente en un point M d'une hypocycloïde triangulaire rencontre son cercle tritangent en deux points P et Q. Montrez que si P est le point le plus rapproché de M, on a $PM = PQ$. (E.-N. BARISIEN.)

1862. Soient α, β et γ trois points animés de mouvements uniformes sur les côtés d'un triangle abc. Les trois cercles analogues au cercle $\alpha\beta\gamma$ se coupent en un point d'un cercle fixe. (E. DUPORCQ.)

1863. Il existe une infinité de coniques qui touchent en quatre points une quartique bicirculaire; ces points sont sur un cercle dont le centre est fixe. (E. DUPORCQ.)

1864. Étant donnés sur une conique S′ deux couples de points fixes A, B et C, D, si deux points M et N de la conique ont une correspondance doublement quadratique et symétrique exprimée par la relation

$$\frac{1+(\mathrm{ABMN})}{1-(\mathrm{ABMN})} \times \frac{1+(\mathrm{CDMN})}{1-(\mathrm{CDMN})} = -\frac{1+(\mathrm{ABCD})}{1-(\mathrm{ABCD})},$$

où les parenthèses désignent des rapports anharmoniques, la corde MN est un côté d'un contour quadrangulaire variable MNPQ circonscrit à une conique fixe S et inscrit à la conique S′. (G. FONTENÉ.)

1865. Si un hyperboloïde circonscrit à un tétraèdre orthocentrique passe aussi par l'orthocentre, il admet des systèmes de trois génératrices rectangulaires, et inversement.

(G. FONTENÉ.)

1866. Soit Q la conique inscrite en A, B, C au triangle $A_1B_1C_1$.

I. Si par A_1 on mène une droite quelconque qui coupe B_1C_1 en I_1, CA en H et AB en K, le point $\omega(BH, CK)$ appartient à Q et ωI_1 est la tangente en ω.

II. P étant un point quelconque de BC, si PB_1 et PC_1 coupent C_1A_1 et A_1B_1 en H_1 et K_1, la droite H_1K_1 est tangente à Q et PA la rencontre au point de contact ω_1.

(P. SONDAT.)