Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 16 (1897), p. 90-91

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__90_1>

CORRESPONDANCE.

M. *M.* (*Paris*). — Voici comment on peut résoudre géométriquement la première partie de la question 1498 (¹).

On donne deux droites fixes passant par un point C *et une droite* AB *de longueur constante glisse sur ces deux droites. Démontrer que le lieu du centre du cercle des neuf points du triangle* ABC *est une ellipse.*

(WEILL.)

On sait que, quelle que soit la position de AB, le cercle circonscrit au triangle ABC a un rayon de gran-

(¹) *Voir* p. 400, 1884, et p 390, 1896.

deur constante et que son centre O est sur un cercle de centre C. Abaissons de B une perpendiculaire sur CA. Le symétrique, par rapport à CA, du point D où elle coupe le cercle circonscrit à ABC est l'orthocentre H du triangle ABC. Puisque l'angle CBD est de grandeur constante quelle que soit la position de B, et que le cercle circonscrit reste aussi de grandeur constante, les cordes telles que CD sont égales. Comme CH = CD, on voit déjà que *le lieu de* H *est un cercle de centre* C.

Le centre E du cercle des neuf points est le milieu du segment OH. Ce segment a ses extrémités sur les cercles décrits par O et H et, comme les droites CO, CH sont également inclinées sur les bissectrices des angles formés par les droites données, on peut tout de suite conclure [1] que *le lieu du centre du cercle des neuf points du triangle* ABC *est une ellipse qui a pour normale en* E *la droite* OH, *dont le grand axe est égal à la somme des segments* CO, CH, *dont le petit axe est égal à la différence de ces segments, ces axes étant dirigés suivant les bissectrices des angles formés par les droites données.*