NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

C. BOURLET

Sur l’équilibre de la vis

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 16 (1897), p. 426-429

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__426_1>

[R4aδ]

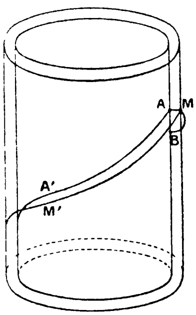
SUR L'ÉQUILIBRE DE LA VIS;

PAR M. C. BOURLET.

Pour établir, élémentairement, les conditions d'équilibre de la vis, sans tenir compte du frottement, on fait, d'ordinaire, certaines hypothèses restrictives : on admet, par exemple, que le contact n'a lieu tout le long du filet que suivant une hélice moyenne et l'on ne traite que les cas de la vis à filet carré ou à filet triangulaire. Toutes ces restrictions ne me paraissent pas nécessaires et voici une démonstration, aussi simple que celles qui ont cours, et qui s'en affranchit.

Soit AMB (*fig.* 1) la section du filet par un plan mé-

Fig. 1.



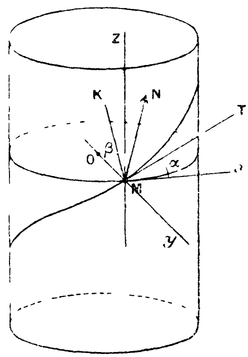
ridien du cylindre qui sert de noyau à la vis, section que je suppose de forme quelconque. Le filet de la vis est engendré par le profil AMB qui se déplace de façon que le point A décrive une hélice tracée sur le noyau, tandis que la droite AB reste parallèle à l'axe du cylindre et que le plan AMB reste normal au cylindre. Tout point M de ce profil décrit une hélice tracée sur un cylindre dont le rayon est différent de celui du noyau, mais toutes les hélices ainsi engendrées offrent la particularité d'avoir le *même pas* qui est le *pas de la vis*. Je désigne par h ce pas commun, par α l'angle que fait la tangente en un point quelconque de l'hélice, décrite par le point M, avec le plan d'une section droite du cylindre et par r le rayon du cylindre sur lequel cette hélice est tracée. On a toujours la relation

$$r \tang \alpha = \frac{h}{2\pi};$$

le produit $r \tang \alpha$ est donc le même pour *toutes* les hélices tracées sur la surface du filet.

Ceci posé, soit M un point quelconque de cette surface. Je figure le cylindre sur lequel est tracée l'hélice qui passe en M (*fig.* 2). Soit Mx la tangente en M

Fig. 2.



au parallèle du cylindre qui passe en M, Mz la génératrice, My la normale au cylindre, MT la tangente à l'hélice de M. L'angle TMx est égal à α. Le plan tangent au point M à la surface du filet coupe le plan Mxz suivant MT; soit MK son intersection avec le plan Myz et désignons par β l'angle de MK avec la normale MO. L'équation du plan tangent TMK, par rapport au trièdre $Mxyz$, est, manifestement,

$$z - x \tang \alpha + y \tang \beta = 0.$$

Soit N la réaction normale du filet sur l'écrou au point M, X, Y, Z les composantes de cette réaction suivant Mx, My, Mz; la réaction N étant normale au plan KMT, on a

$$\frac{X}{-\tang \alpha} = \frac{Y}{\tang \beta} = \frac{Z}{1},$$

d'où

$$(1) \qquad X = -Z \tang \alpha.$$

Le moment de cette réaction par rapport à l'axe du cylindre sera donc

$$(2) \qquad rX = -rZ \tang \alpha = -\frac{h}{2\pi} Z.$$

Supposons maintenant que la vis soit soumise à une résistance P dirigée suivant l'axe du cylindre et à une puissance F parallèle au plan d'une section droite et agissant sur un bras de levier de longueur a. Écrivons les deux équations d'équilibre de la vis :

1° Que la somme des projections de toutes les forces sur l'axe du cylindre est nulle,

$$(3) \qquad P = \sum Z;$$

2° Que la somme des moments de toutes ces forces par rapport à cet axe est nulle,

$$aF = -\sum rX = \sum \frac{h}{2\pi} Z.$$

Comme $\frac{h}{2\pi}$ *est constant*, ceci s'écrit :

$$(4) \qquad aF = \frac{h}{2\pi} \sum Z.$$

Dans les deux équations (3) et (4) la somme $\sum$ est étendue à *toutes* les réactions N en *tous* les points du filet et $\sum Z$ a la même valeur des deux côtés. De ces deux équations on conclut, par suite, l'équation d'équilibre

$$aF = \frac{h}{2\pi} \cdot P,$$

qui, ainsi, se trouve établie dans toute sa généralité.