Nouvelles annales de mathématiques

Concours d'admission à l'École polytechnique en 1897

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 16 (1897), p. 329-330

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__329_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE EN 1897.

Composition de Mathématiques.

On donne dans un système d'axes rectangulaires $Oxyz$: la droite AB, qui a pour équations $x = a$, $y = z$; le point C, qui a pour coordonnées $x = 0$, $y = 0$, $z = a$. On considère l'hyperboloïde (H), engendré par la rotation de AB autour de Oz, puis la sphère (S), qui a pour centre C et qui est tangente à AB.

I. Trouver les équations des surfaces (H) et (S).

II. Déterminer leur courbe commune et calculer [1] le rapport de la plus grande à la plus petite surface que cette courbe découpe sur la sphère. (Il suffira de donner le résultat avec 2 décimales.)

III. Autour d'un point P de Oz, dont la cote est $z = h$,

[1] Les calculs seront faits sur la feuille.

pivote une sécante qui perce l'hyperboloïde (H) en un point H, et la sphère (S) en un point S. On demande : d'étudier le lieu de l'intersection M des diamètres OH et CS; de discuter les coefficients angulaires de ses directions asymptotiques, quand le point P décrit l'axe Oz.

Épure.

On donne dans le plan vertical de projection un cercle de rayon égal à 60^{mm}, dont le centre C est situé à droite de la ligne yy' qui divise la feuille en deux parties égales parallèlement aux grands côtés, à une distance CD de cette ligne égale à 80^{mm} et à 327^{mm} du bord inférieur de la feuille. Ce cercle, en tournant autour de yy', engendre un tore plein.

Une sphère pleine, de rayon égal à 90^{mm}, touche le plan du cercle précédent en un point O' situé au-dessous de CD, à 50^{mm} du point C et à 40^{mm} à droite de yy'. La projection horizontale O du centre de la sphère est à 180^{mm} au-dessous de O' sur une parallèle à yy'.

On construira l'intersection du tore et de la sphère et l'on représentera par ses projections ce qui reste de la sphère en supprimant la partie comprise dans le tore, les parties vues étant en traits noirs pleins et les parties cachées en pointillé.

On indiquera en traits pleins rouges les constructions nécessaires pour déterminer un point quelconque de l'intersection et la tangente en ce point, ainsi que les points remarquables. On tracera en rouge également les parties des deux surfaces en dehors de l'intersection.