

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 15
(1896), p. 377-380

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__377_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1896, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

*Extrait d'une Lettre de M. Astor,
professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.*

Les quelques mots qui indiquent le sens de la solution de la question de Mécanique, énoncée à la fin de la page 33, supposent, ou que le cylindre est homogène, ou tout au moins que $A = B$.

Les équations du mouvement autour du centre de gravité sont, en prenant pour axe fixe Cr , la verticale du centre de gravité :

$$Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 = h,$$

$$Apy + Bqy' + Cry'' = k,$$

h et k étant deux constantes dont la première est > 0 .

Or ici $\theta = 90^\circ$, et l'on a par suite :

$$\begin{aligned} p &= \sin \varphi \frac{d\psi}{dt}, & q &= \cos \varphi \frac{d\psi}{dt}, & r &= \frac{d\varphi}{dt}, \\ y &= \sin \varphi, & y' &= \cos \varphi, & y'' &= 0. \end{aligned}$$

Les intégrales premières sont donc :

$$(A \sin^2 \varphi + B \cos^2 \varphi) \frac{d\psi^2}{dt^2} + C \frac{d\varphi^2}{dt^2} = h,$$

$$(A \sin^2 \varphi + B \cos^2 \varphi) \frac{d\psi}{dt} = k.$$

φ est donné par la quadrature

$$\sqrt{C} \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{(hA - k^2) \sin^2 \varphi + (hB - k^2) \cos^2 \varphi}{A \sin^2 \varphi + B \cos^2 \varphi}},$$

et par suite ψ par la quadrature

$$d\psi = \frac{k \sqrt{C} d\varphi}{\sqrt{(A \sin^2 \varphi + B \cos^2 \varphi)[(hA - k^2) \sin^2 \varphi + (hB - k^2) \cos^2 \varphi]}}$$

Ces quadratures sont en général elliptiques ; on peut les obtenir par les fonctions élémentaires si $h = k^2 B$, en supposant $A > B$. ψ détermine l'orientation de l'axe.

Si $A = B$, $\frac{d\varphi}{dt}$ et $\frac{d\psi}{dt}$ sont constants.

*Extraits d'une Lettre de M. Servais,
professeur à l'Université de Gand.*

1° Dans un article *Sur les cordes normales de la parabole* (*N. A. M.*, p. 274), M. d'Ocagne établit les deux théorèmes suivants : M_1, M_2 étant la corde normale au point M_1 d'une parabole : 1° L'angle des tangentes en M_1 et M_2 à la parabole est égal à l'inclinaison sur l'axe de la droite qui joint le point M_1 au sommet ;

2° Le rapport du rayon de courbure en M_1 , à la corde normale correspondant à ce point, est égal au rapport de l'abscisse du point M_1 au paramètre.

On obtient la première propriété en remarquant que les pieds des normales issues du point M_2 sont sur un cercle passant par le sommet O de la parabole et par le milieu R de la projection de OM_2 sur la tangente au sommet. Car le point R étant sur la tangente au point M_2 , si N est le point commun à l'axe de la parabole et à la normale au point M_2 , le cercle considéré a pour diamètre RN . De là résulte l'égalité des angles M_1ON et M_1M_2N .

L'égalité

$$\frac{R}{l} = \frac{x_1}{p},$$

établissant le second théorème, ne diffère pas de la suivante :

$$\frac{2R}{l} = \tan^2 \alpha;$$

α étant l'angle que la normale au point M_1 fait avec l'axe (*Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, 3^e série, t. XVII, p. 380); car

$$\tan^2 \alpha = \frac{2x_1}{p}.$$

2^o Généralisation de la question 1641.

Une conique Σ_1 a pour centre un point G d'une conique Σ , et passe par le symétrique de ce point par rapport au centre O de Σ . Si des parallèles aux asymptotes de Σ et Σ_1 forment un faisceau harmonique, Σ_1 coupe Σ en trois autres points A, B, C , formant un triangle, dont G est le centre de gravité.

Le lieu des centres des coniques, circonscrites au quadrangle $ABCG$, est une conique Σ_2 passant par le centre O de Σ , par les milieux de GA, GB, GC et dont

les points à l'infini sont conjugués par rapport à Σ . Σ_2 est donc homothétique à Σ_1 , le rapport d'homothétie étant égal à $\frac{1}{2}$. Les côtés opposés GA et BC du quadrangle ABCG déterminent sur la droite de l'infini deux points conjugués par rapport à Σ_2 ; par suite, BC est une corde conjuguée du diamètre GA. Le point G est donc le centre de gravité du triangle ABC.

REMARQUE. — Si Σ_1 est un cercle, Σ est nécessairement une hyperbole équilatère; on retrouve alors le théorème énoncé.

Remarque sur la question 1653.

(Extrait d'une Lettre de M. M. d'Ocagne).

J'ai démontré dans le *Journal de Mathématiques spéciales* (1891; p. 99) que si le cercle osculateur C en un point d'une parabole coupe cette courbe au point V et si la droite MV rencontre l'axe de la parabole au point I, on a $IV = 3MI$, et d'autre part (même page) que si le cercle C rencontre en M' le diamètre relatif au point M, on a

$$\text{arc}MM' = \text{arc}M'V.$$

Prenons le point D symétrique du point M' par rapport à la normale en M. Ce point D se trouve sur le cercle C et la droite MD passe par le foyer F. En outre, on a

$$\text{arc}MD = \text{arc}MM' = \text{arc}M'V.$$

Donc VD est parallèle à MM', c'est-à-dire à FI, et l'on a

$$\frac{MF}{FD} = \frac{MI}{IV} = \frac{1}{3},$$

d'après le théorème ci-dessus. On est ainsi amené à l'énoncé de la question 1653 (1893, p. 2*).