

E.-N. BARISIEN

Sur le centre de courbure des podaires

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 14
(1895), p. 471-473

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1895_3_14__471_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1895, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR LE CENTRE DE COURBURE DES PODAIRES.

Au sujet de la Lettre de M. MAURICE D'OCAGNE (1);

PAR M. E.-N. BARISIEN.

Par une coïncidence heureuse, en même temps que la lettre de M. d'Ocagne, le numéro de mars 1895 des

(1) *Nouvelles Annales*, p. 111; mars 1895.

Nouvelles Annales publiait (p. 89) un Article sur les podaires successives d'une courbe. La formule que j'ai donnée à la page 93,

$$R_1 = \frac{r^2}{2r - R_0 \sin V},$$

permet de trouver sur la figure de M. d'Ocagne (p. 112) la longueur de $P\omega$ et montre que cette longueur est R_1 .

Conservons la notation de l'article précité et posons

$$\widehat{OQ\omega} = \varphi, \quad \widehat{QO\gamma} = \psi.$$

On a

$$PN = OM = r, \quad \widehat{OMN} = \widehat{OPN} = V - 90^\circ, \quad M\gamma = R_0.$$

On a, dans le triangle $PQ\omega$,

$$\frac{\overline{P\omega}}{\sin \varphi} = \frac{\overline{PQ}}{\sin(\varphi + V - 90^\circ)}.$$

Or, $PQ = \frac{r}{\sin V}$; donc

$$(1) \quad \overline{P\omega} = \frac{r \operatorname{tang} \varphi}{\sin V (\operatorname{tang} \varphi \sin V - \cos V)}.$$

Il reste à exprimer $\operatorname{tang} \varphi$. Or, dans le triangle OQK , on a

$$(2) \quad \frac{\sin \varphi}{OK} = \frac{\sin(\varphi + \psi)}{OQ}.$$

Mais

$$OK = \frac{O\gamma}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{r^2 + R_0^2 - 2rR_0 \sin V},$$

$$OQ = \frac{r \cos^2 V}{\sin V},$$

$$\operatorname{tang} \psi \equiv \frac{ON}{N\gamma} = \frac{-r \cos V}{R_0 - r \sin V},$$

$$\sin \psi = \frac{-r \cos V}{\sqrt{r^2 + R_0^2 - 2rR_0 \sin V}},$$

$$\cos \psi = \frac{R_0 - r \sin V}{\sqrt{r^2 + R_0^2 - 2rR_0 \sin V}}.$$

De (2), on tire

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{OK \sin \psi}{OQ - OK \cos \psi}.$$

En y substituant les valeurs précédentes, on obtient

$$(3) \quad \operatorname{tang} \varphi = \frac{-r \sin V \cos V}{r(1 + \cos^2 V) - R_0 \sin V},$$

valeur qui, portée dans (1), donne

$$\overline{P\omega} = \frac{r^2}{2r - R_0 \sin V}.$$

Donc, $P\omega = R_1$. Le point ω défini par M. d'Ocagne est bien le centre de courbure de la podaire correspondant au point P. J'arrive ainsi à une démonstration analytique du théorème de M. d'Ocagne.

Il serait d'ailleurs intéressant, d'après le *desideratum* exprimé par M. d'Ocagne, de trouver une démonstration géométrique directe de cette propriété.