

A. TISSOT

Formules relatives aux foyers des coniques

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 13
(1894), p. 97-98

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1894_3_13__97_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1894, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

FORMULES RELATIVES AUX FOYERS DES CONIQUES;

PAR M. A. TISSOT.

L'angle des axes étant désigné par θ , soit

$$Ax^2 + A'y^2 + 2Bxy + 2Cx + 2C'y + D = 0$$

l'équation d'une conique.

Soient de plus

Δ le discriminant du premier membre rendu homogène;

$\alpha, \alpha', \beta, \gamma, \gamma'$ et δ les mineurs de Δ qui correspondent respectivement à A, A', B, C, C' et D ;

S une des racines de l'équation en S de la conique;

p l'abscisse et q l'ordonnée d'un foyer.

On a les formules suivantes :

$$p = \frac{1}{\delta} [\gamma \pm \sqrt{\Delta(S - A')}], \quad q = \frac{1}{\delta} [\gamma' \pm \sqrt{\Delta(S - A)}],$$

et, pour les équations des directrices,

$$-\left(x - \frac{\gamma}{\delta}\right) \sqrt{\frac{A}{\Delta} - S} + \left(y - \frac{\gamma'}{\delta}\right) \sqrt{\frac{A'}{\Delta} - S} + \frac{1}{\delta} S \sin \theta = 0.$$

L'une des racines de l'équation en S fournit les foyers réels, et l'autre les foyers imaginaires. Pour le calcul de p et de q , et pour celui du premier membre de l'équation de la directrice, il faut faire usage de deux racines différentes, si l'on veut obtenir un foyer et une directrice qui se correspondent. Enfin, chaque racine donne deux foyers et deux directrices, parce que l'un des quatre radicaux peut être pris soit positivement, soit négativement; mais, du signe dont on aura affecté ce radical, et de ceux des quantités $\frac{\pi}{2} - \theta$, $A \cos \theta - B$, $A' \cos \theta - B$, résulteront les signes des trois autres radicaux.

Une transformation convenable permet d'employer les formules ci-dessus dans le cas où δ est nul. Alors, S désignant la racine de l'équation en S qui ne devient pas égale à zéro, on trouve, pour les coordonnées du foyer qui reste à distance finie,

$$p = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\gamma}{\Delta S \sin^2 \theta} \right), \quad q = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha'}{\gamma} + \frac{\gamma'}{\Delta S \sin^2 \theta} \right),$$

et, pour l'équation de la directrice,

$$(A \cos \theta - B)x + (A' - B \cos \theta)y + \frac{B}{\gamma} (\alpha + \alpha' + 2\beta \cos \theta) = 0.$$