

Concours d'admission à l'École centrale en 1894

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 13
(1894), p. 507-514

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1894_3_13__507_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1894, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE CENTRALE EN 1894.

PREMIÈRE SESSION.

Géométrie analytique.

On donne dans un plan deux axes rectangulaires, $x'Ox$, $y'Oy$, un cercle C dont l'équation est $x^2 + y^2 - r^2 = 0$, et une droite D dont l'équation est $x - d = 0$.

A un point quelconque F de la circonférence du cercle C on fait correspondre une conique Δ qui passe par l'origine des coordonnées, qui a un foyer au point F et pour laquelle la directrice qui correspond à ce foyer F est la droite D.

Soient I le centre de cette conique Δ , A et A' les sommets de son axe focal, A étant celui de ces deux sommets qui est le plus près de F, F' son second foyer.

1° Trouver le lieu du point I quand le point F décrit la circonférence du cercle C. Ce lieu est une conique; déterminer, par une construction géométrique, ses sommets et les points où elle rencontre la circonférence du cercle C.

2° Déterminer par une construction géométrique le point A et le point A', sommets de l'axe focal de la conique Δ qui correspond à un point donné F de la circonférence du cercle C.

3° Trouver le lieu du point A et le lieu du point A' quand le point F décrit la circonférence du cercle C.

4° Trouver le lieu décrit par le foyer F' quand le foyer F décrit la circonférence du cercle C.

Nota. — On indiquera comment se modifie chacun des lieux

demandés quand, laissant fixes les axes de coordonnées, et invariable le rayon r du cercle C, on fait croître d de 0 à $+\infty$.

Calcul trigonométrique.

Résoudre un triangle connaissant sa surface et deux hauteurs.

Démontrer que le problème admet en général deux solutions ou pas de solutions et calculer, pour les données particulières suivantes, celle des deux solutions pour laquelle la troisième hauteur du triangle est la plus petite.

$$h_a \text{ (hauteur abaissée sur le côté } a) = 28576^m, 45,$$

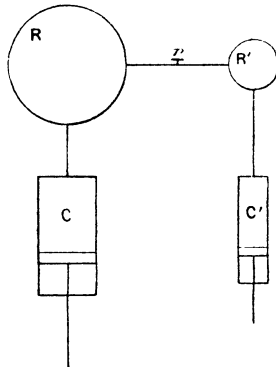
$$h_b \text{ (hauteur abaissée sur le côté } b) = 54217^m, 32,$$

$$S = 121634^{\text{ha}}.$$

Physique.

Une machine pneumatique et une machine de compression dont les corps de pompe sont C et C' sont reliés respectivement à des réservoirs de capacité R et R'.

On fait le vide en R par n coups de piston, tandis qu'on le comprime en R' par n' coups; puis on fait communiquer les deux réservoirs par un robinet r jusque-là fermé.



On demande de calculer la pression finale X de l'air après équilibre, en supposant les machines sans espaces nuisibles et la pression initiale uniforme H_0 .

On écrira la condition pour que l'on ait $X = H_0$ dans le cas où $R = R'$.

Exemple numérique :

$$R = R' = 2, \quad n = 5, \quad C = 2, \quad C' = \frac{1}{16}, \quad n' = 31.$$

Chimie.

I. *Préparations des hydracides :* Écrire seulement les formules des réactions.

II. *Problème.* — Dans un appareil à hydrogène en activité, on introduit 10^{gr} d'acide azotique fumant. Quand la réaction, que l'on suppose complète, est achevée, on transvase le liquide dans un ballon, on verse un excès de potasse et l'on fait bouillir. On dessèche le produit qui se dégage et on le fait passer dans un tube à oxyde de cuivre chauffé au rouge sombre.

Le gaz obtenu est ensuite recueilli sur la cuve à mercure.

On demande :

1° Le volume de ce gaz, supposé sec, dans les conditions normales de température et de pression;

2° La perte de poids du tube à oxyde de cuivre.

Ne pas tenir compte de l'air des appareils.

Écrire les équations qui représentent les réactions.

Faire un croquis de l'appareil.

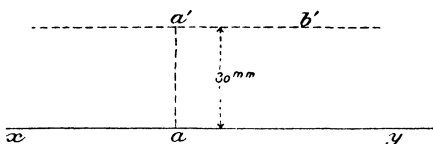
Poids atomiques : H = 1, Az = 14, O = 16.

Poids du litre d'air à 0° et 76^{cm} de pression : 1^{gr}, 293.

Densité de l'hydrogène : 0,06947.

Épure.

La ligne de terre xy étant tracée parallèlement aux grands côtés du cadre à une distance de 60^{mm} au-dessous du milieu



du cadre, on considère, dans le plan vertical, une parabole dont l'axe est la verticale aa' placée au milieu du cadre, dont

la directrice est la ligne de terre et dont le sommet a' est à 30^{mm} au-dessus de la ligne de terre; cette parabole, en tournant autour de son axe, engendre un paraboloidé. On considère, d'autre part, un cône de révolution ayant pour sommet le sommet aa' de la parabole et pour axe une parallèle $ab, a'b'$ à la ligne de terre : l'angle des génératrices de ce cône avec son axe est supposé égal à 45° .

1° Construire les projections de l'intersection de ces deux surfaces, et représenter leur solide commun, en supposant le cône prolongé de part et d'autre de son sommet.

2° Construire la projection de l'intersection sur un deuxième plan vertical ayant pour trace horizontale la perpendiculaire en a à la ligne de terre.

Nota. — On indiquera à l'encre rouge la construction d'un point et de la tangente en ce point à la parabole et à chacune des projections de l'intersection.

Titre extérieur : Géométrie descriptive.

Titre intérieur : Intersection d'un paraboloidé et d'un cône.

SECONDE SESSION.

Géométrie analytique.

On donne deux axes rectangulaires, $x'Ox, y'Oy$, un point M situé dans l'angle xOy , dont les coordonnées sont a et b , un point P situé sur l'axe des y dont l'ordonnée est p . Par le point P on mène, dans le plan des axes, une droite quelconque PR , et, à cette droite PR , on fait correspondre la conique Δ qui passe par le point M , qui a son foyer en O , et pour laquelle la droite PR est la directrice qui correspond au point O .

I. Déterminer géométriquement dans quelle région du plan doit être située la droite PR pour que la conique Δ qui lui correspond soit une ellipse, ou pour qu'elle soit une hyperbole.

Discuter le problème en laissant fixe le point M et en déplaçant le point P sur l'axe des y .

II. Former l'équation du lieu décrit par le centre de la conique Δ quand la droite PR tourne autour du point P. Le lieu se compose d'une droite et d'une conique C. Suivre les transformations de la conique C quand, le point M restant fixe, le point P se déplace sur l'axe des y .

Expliquer géométriquement les résultats trouvés par l'analyse.

III. Démontrer que la conique C est doublement tangente au cercle décrit sur OP comme diamètre, et reconnaître si cette conique pénètre, ou ne pénètre pas dans ce cercle.

Démontrer que si, laissant fixe le point P, on déplace le point M, un des deux axes de la conique C passe toujours par le milieu I de OP, et trouver sur quelle ligne il faut dans ces conditions placer le point M pour que l'autre axe de la conique C passe aussi par le milieu de OP.

Calcul trigonométrique.

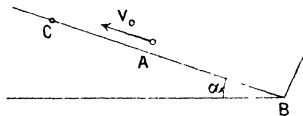
Résoudre un triangle connaissant le rayon du cercle circonscrit, un angle et la hauteur abaissée d'un des sommets des autres angles.

On démontrera que ce problème, pour les données suivantes, admet deux solutions et l'on calculera celle qui admet le plus grand côté b perpendiculaire à la hauteur donnée h_b :

$$\begin{aligned} R &= 32437^m, 24, \\ h_b &= 21634^m, 75, \\ A &= 29^\circ 27' 32'', 6. \end{aligned}$$

Physique.

D'un point A on lance avec une vitesse V_0 sur un plan incliné formant avec l'horizon un angle α , suivant la ligne de



plus grande pente, et de bas en haut, une bille mobile sans frottement, qui, après s'être élevée en un point C, redescend

et vient frapper un obstacle placé en B à la partie inférieure du plan.

Un observateur placé en A mesure le temps T écoulé entre l'époque du départ du mobile et l'instant où lui parvient le bruit produit par le choc.

On demande de calculer la distance $x = AB$.

Exemple numérique. — Vitesse du son :

$$V = 34000^{\text{cm}} \text{ à la } 1'',$$

$$V_0 = 2452^{\text{cm}},5 \text{ à la } 1'',$$

$$g = 981^{\text{cm}},$$

$$T = 17'',$$

$$\alpha = 30^\circ.$$

Chimie.

1° Action de l'acide azotique à divers degrés de concentration sur les métalloïdes et les métaux.

Écrire seulement les formules des réactions.

2° *Problème.* — On chauffe 3^{gr},72 d'oxalate neutre de potassium sec avec un excès d'acide sulfurique concentré (environ 50^{gr}).

Le mélange gazeux qui se dégage est dirigé dans un tube en porcelaine rempli de braise et chauffé au rouge vif, puis, le gaz à sa sortie est reçu dans un tube eudiométrique sur la cuve à mercure. Quand l'expérience est terminée, on fait passer dans l'eudiomètre un certain volume d'oxygène pur préparé par le dichromate de potassium et l'acide sulfurique concentré.

On excite l'étincelle électrique et l'on agite le gaz restant avec un excès de lessive de potasse.

On demande :

1° Quels sont les gaz qui se dégagent avant leur passage dans le tube à braise incandescente et quel est le volume total du mélange qu'ils forment ;

2° Quel est le gaz recueilli dans l'eudiomètre, quel est son volume et ce qu'il devient après le passage de l'étincelle ;

3° Quel est le poids de dichromate de potassium nécessaire pour fournir un volume d'oxygène tel, que le résidu gazeux soit nul après l'absorption par la potasse.

(513)

On supposera les gaz secs et dans les conditions normales de température et de pression.

Poids du litre d'air

$$1^{\text{er}}, 293, \quad \delta = 0,0694.$$

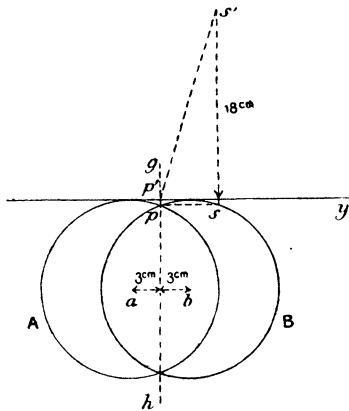
Poids atomiques

$$H = 1, \quad C = 12, \quad O = 16, \quad K = 39, \quad Cr = 52.$$

Écrire toutes les équations et faire les croquis des appareils.

Épure.

La ligne de terre xy étant tracée au milieu du cadre parallèlement aux petits côtés, on décrit dans le plan horizontal



deux cercles égaux A et B de 9^{cm} de rayon, tangents à la ligne de terre et ayant leurs centres respectifs a et b à 3^{cm} de part et d'autre de la ligne médiane gh du cadre.

Soient (p, p') le point d'intersection de ces deux cercles le plus rapproché de la ligne de terre, (s, s') le point dont la cote est 18^{cm} et dont la projection horizontale s est à l'intersection du cercle B et de la parallèle à la ligne de terre menée par p .

On considère :

1° Un cône dont la base est le cercle A dans le plan horizontal et dont le sommet est le point (s, s') ;

2° Un cylindre dont la base est le cercle B dans le plan horizontal et dont les génératrices sont parallèles à la droite $(ps, p's')$.

Construire la partie de la projection horizontale de l'intersection de ces deux surfaces comprise entre les bords du cadre, et la partie de la projection verticale située au-dessus de la ligne de terre jusqu'aux bords du cadre.

On indiquera à l'encre rouge la construction des points et droites remarquables.

On supposera les deux surfaces opaques.

Titre extérieur : Géométrie descriptive.

Titre intérieur : Intersection d'un cône et d'un cylindre.