Nouvelles annales de mathématiques

Pierre Laffite

Auguste Comte examinateur d’admission à l’École polytechnique

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 13 (1894), p. 462-482

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1894_3_13__462_0>

AUGUSTE COMTE EXAMINATEUR D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE [1];

PAR M. PIERRE LAFFITE,
Professeur au Collège de France.

EXAMENS DE RENNES.

DAVIEL, 19 ans (de $9^h 40^m$ à $11^h 40^m$).

1° *Quadrature d'un décagone régulier.*

Déterminant d'abord convenablement le rayon circonscrit, il le prend ensuite pour l'inscrit dans l'estimation de l'aire; mais il rectifie cette erreur sur avertissement et en commet toutefois de nouvelles dans l'évaluation finale évidemment absurde. Dans la revision il ne donne aucun signe de sagacité. (*Indifferently.*)

2° *Aire de la sphère.*

Exposition convenable de la démonstration, en faisant assez bien ressortir, sur interpellation, le véritable esprit de la méthode. Il en déduit bien la conversion graphique d'un globe en cercle et en mappemonde. (*Well.*)

Invité d'évaluer la population terrestre à 1000 habitants par lieue quarrée, il effectue très bien toutes les parties de l'opération, en fixant assez bien, quoique péniblement, le vrai degré de précision obtenu. (*Well.*)

3° *Dimensions d'une chaudière cylindrique d'après son volume et sa surface.*

Il forme très bien l'équation au rayon. Il l'analyse imparfaitement mais avec intelligence et assez bien en harmonie avec la question et sépare bien les deux cas par la formule ordinaire de réalité. Invité à déterminer les dimensions de la chaudière maximum, il aperçoit par cette formule la liaison de ce cas avec celui des racines égales; il en déduit bien ensuite,

(1) *Voir* même Tome, p. 65, 113 et 405.

mais avec hésitation, la détermination proposée, d'une manière toutefois trop pénible et confuse. (*Well.*)

4° *Construction de l'équation précédente*

$$x^3 - a^2x + \frac{8}{3}b^3 = 0.$$

Il emploie d'abord deux paraboles, qu'il construit péniblement et avec hésitation, mais d'une manière assez intelligente, sans profiter toutefois heureusement des circonstances pour simplifier le tracé. Il ne peut placer nettement les deux courbes en harmonie avec la question. (*Indifferently.*)

5° *Hyperbole par* 1 *directrice,* 1 *asymptote et* 1 *tangente.*

Prenant pour un axe la directrice et l'origine sur l'asymptote, il formule assez bien, mais sur avertissement, les conditions de la directrice, et spontanément celles de l'asymptote et de la tangente. (*Enough well.*)

Il analyse imparfaitement, mais avec intelligence, les divers cas d'impossibilité et ne reconnaît pas leur vrai symptôme algébrique. (*Weakly.*)

Interpellé sur le lieu du foyer en supprimant la tangente, il le reconnaît très péniblement, mais avec justesse. (*Enough well.*)

Ce candidat a un assez bon esprit, quoique lent et diffus, et une instruction assez rationnelle pour être hautement admissible. (A balancer probablement avec Sers et Anisson Dupéron, mais plus près de ce dernier. (+ ou + +.)

De Khor, 20 ans (de 11h40m à 1h35m).

1° *Théorème de Pythagore.*

Exposition banale de la démonstration dont il ne peut, sur interpellation, faire convenablement ressortir le nœud. (*Very weakly.*)

Il étend assez bien le théorème aux polygones semblables et ensuite aux cercles. Il indique assez bien la condition relative aux ellipses, mais sans la justifier assez nettement, même *a posteriori*. A l'égard des paraboles, quoiqu'il sache leur similitude nécessaire, il ne peut décider la question. (*Weakly.*)

2° *Équilibre d'un poids soutenu par deux points sur deux plans inclinés.*

Exposition intelligente des deux conditions générales, analyse pénible mais judicieuse des différents cas, estimation correcte des pressions et détermination pénible mais exacte de l'inclinaison relative au minimum de chaque pression. (*Well.*)

Situation d'équilibre d'un triangle équilatéral.

Après une longue hésitation et divers essais hasardés, il ne peut concevoir aucun principe de solution. (*Badly.*)

3° *Discussion de la courbe* $y^4 - x^4 = 1$.

Il discute très bien l'ordonnée. Pour la tangente, il veut d'abord différencier; mais, rappelé à l'ordre officiel, il a peine à établir la règle élémentaire des tangentes, à laquelle il finit cependant par arriver. Il discute la tangente avec quelque intelligence, mais avec confusion et incertitude; il trouve assez bien l'asymptote et la vérifie lourdement : finalement, il a très péniblement reconnu la vraie forme. (*Near about well.*)

Ce candidat n'est que strictement admissible, quoique son esprit ne manque pas de justesse et que son instruction paraisse mieux comprise que chez le vulgaire des candidats de Paris. (A balancer probablement avec La Monneraye ou très peu au-dessus. (+).

ROCHER, 19 ans (de 5h à 6h45m).

1° *Aire de la zone tempérée en hectares.*

Il prend une marche très compliquée pour évaluer la hauteur, et ne peut aboutir d'abord qu'à une identité. Toutefois, il change spontanément de marche, et parvient au résultat, quoique péniblement, sauf la transformation trigonométrique qu'il ne peut point accomplir. Il ne peut non plus estimer le rayon en mètres. (*Weakly.*)

2° *Point dont la somme des distances à trois autres est la moindre.*

Traitant la question analytiquement, il ne reconnaît pas la difficulté relative aux deux variables indépendantes et procède comme pour une. Formellement averti de cette fausse marche, il change de méthode et cherche une détermination directe; mais il ne présente, après de longs essais, aucune idée véritable de solution. (*Weakly.*)

3° *Doctrine des combinaisons.*

Il expose très bien une détermination directe de la formule des combinaisons. (*Very well.*)

Invité à énumérer les mots de quatre consonnes et trois voyelles, il finit par y parvenir très bien; pour exclure ceux où les quatre consonnes se suivent, il y parvient aussi, quoique péniblement, avec une véritable sagacité. (*Very well.*)

4° *Théorie de l'équation au quarré des différences.*

Exposition intelligente de la théorie ordinaire, mais pénible et imparfaite sur les inductions de l'état des signes de la transformée envers les racines de la proposée. (*Enough well.*)

Interpellé si toute équation est propre à être au quarré des différences d'une certaine autre primitive, il ne croit à la nécessité d'aucune condition. (*Weakly.*)

5° *Lieu des sommets des paraboles ayant le même foyer et une tangente commune.*

Prenant pour axes la tangente et la perpendiculaire du foyer, il ne peut former nettement l'équation du système, faute de conception assez large du foyer. (*Very weakly.*)

Invité à fixer *a priori* la nature de ce lieu, il discute graduellement avec beaucoup de justesse les caractères préliminaires de cette courbe, mais il ne croit pouvoir opérer la détermination précise que par la supposition gratuite que la courbe doit être du second degré, auquel cas il ne sait même accomplir nettement la solution. (*Imperfectly, but well.*)

6° *Équilibre d'un poids sur un plan.*

Explication très pénible, mais finalement juste, des deux conditions générales. Il estime assez judicieusement les modifications relatives au frottement. Invité à fixer le maximum d'inclinaison ainsi compatible avec l'équilibre, il finit par y parvenir très bien. (*Well.*)

Très judicieux, quoique peu sagace, mais fort mal enseigné, il est cependant admissible, bien qu'il fût dans son intérêt d'attendre encore un an, s'il devait être en meilleures mains. (+).

EXAMENS D'ANGOULÊME.

MONTAGUT, 19 ans (de 10^h à 12^h).

1° *Simplification des fractions numériques.*

Exposition imparfaite mais intelligente du principe et plus convenable de la recherche du diviseur maximum. Invité à hâter la production générale du symptôme d'irréductibilité, il indique fort bien et d'une manière qui semble spontanée la faculté de diviser par excès comme par défaut; mais il en déduit d'abord très mal la limite générale du nombre des divisions; et quoiqu'il se rectifie ensuite à cet égard en général, il ne voit pas la formulation du nombre cherché. (*Near about well.*)

2° *Aire d'un triangle d'après ses côtés.*

Il calcule bien, à l'ordinaire, la hauteur, et puis l'aire, sans trop motiver les transformations successives. Il en déduit trop péniblement, mais avec justesse, le cas de la rationalité, qui le conduit au triangle rectangle, et il finit même par apercevoir incomplètement quelques autres triangles. (*Enough well.*)

Invité à y chercher le maximum des isopérimètres, il le fait assez bien. (*Well.*)

(Il demande ici à suspendre l'examen, à cause de son état subit de maladie.)

(L'examen est repris le lendemain, à $9^h 30^m$ matin.)

3° *Équilibre d'un poids sur un plan résistant.*

Il analyse avec intelligence les conditions générales de cet équilibre, ainsi que les aperçus généraux relatifs à la stabilité. Il explique fort judicieusement les modifications réelles tenant au frottement, et en déduit bien, quoique avec un peu de confusion, le plus grand escarpement compatible avec l'équilibre. (*Very well.*)

4° *Dimensions d'un bol d'après son volume et sa surface.*

Il forme bien l'équation relative à la hauteur

$$x^3 - \frac{6}{5} m^2 x + \frac{8}{5} p^3 = 0.$$

Il l'analyse immédiatement par la condition de réalité, mais il hésite beaucoup pour prononcer sur le signe nécessaire des racines, sans penser même à Descartes, ni aux lois fondamentales de composition : il ne s'en tire que par des substitutions. Invité à se prononcer si alors les deux racines satisfont à la condition de la hauteur moindre que le diamètre $\left(\text{ce qu'il réduit bien à } y < \frac{m}{2}\right)$, il la transforme en $x < m$, et ne croit pas d'abord pouvoir prononcer sans résoudre l'équation : cependant, sommé d'insister, il pense à substituer m, et trouve que la vérification n'est pas la suite toujours nécessaire de la condition de réalité. Il concilie vaguement cette analyse avec la question et ne voit pas bien si, par sa nature, le problème doit, en cas de possibilité, admettre 3 solutions ou 2. Invité enfin à déduire les dimensions du bol maximum, il perd de vue son analyse antérieure; cependant, en se ravisant, il explique fort bien que ce cas correspond à une racine double. Mais, une fois là, il ne croit pas pouvoir évaluer l'inconnue autrement que par l'application des règles de résolution numérique des équations, en cherchant d'abord les racines commensurables et ensuite les incommensurables. (*Moderately*).

5° *Lieu du sommet d'une parabole invariable tangente à un angle droit fixe.*

Après avoir bien formulé les deux contacts, il pense, après avertissement, à exprimer l'invariabilité en formulant la constance de la distance du foyer au sommet. Pour formuler ce caractère, il procède d'après la théorie rationnelle des foyers qu'il paraît bien comprendre; il choisit ensuite, à l'égard du sommet, le caractère que la tangente y est perpendiculaire à la ligne focale et l'exprime convenablement. Il indique ensuite, d'une manière strictement satisfaisante, l'ensemble des opérations qui conduiraient à l'équation du lieu demandé. (*Enough well.*)

Intelligent, judicieux, et assez bien instruit, il sera probablement très bon à l'École s'il travaille bien. (A classer, presque sans doute, entre Tournadre et Sers, en le balançant avec Lepennec.) (+ +).

ALARD, 18 ans (de 1^h à $2^h 50^m$.)

1° *Théorème de Pythagore.*

Il démontre d'abord par les lignes, et ensuite par les aires, en faisant bien ressortir, mais sur interpellation, le véritable nœud de la démonstration. Il étend convenablement le théorème aux polygones semblables et ensuite aux cercles. Interpellé sur les ellipses, il répond fort bien. A l'égard des segments paraboliques homologues, il répond aussi fort bien *a posteriori* et *a priori*. (*Very well.*)

2° *Similitude des sections coniques.*

Dans le cas des ellipses, il en confond les axes, et démontre alors assez bien, par une comparaison simple des équations, la condition de similitude, quoique un peu trop péniblement. (*Well.*)

Invité à prononcer, dans ce dernier cas, si la seule définition habituelle de la parabole ne suffirait pas pour motiver immédiatement la proposition, il paraît soupçonner le principe de la théorie générale. Pour m'en assurer, je l'invite à prononcer sur les cissoïdes de Dioclès, et il répond malheureusement qu'elles ne sont pas toutes semblables. (*Weakly.*)

3° *Équation de la cissoïde ordinaire d'après la définition de Dioclès.*

Il motive fort rationnellement son choix très heureux des axes. Il forme alors assez simplement, et d'une manière évidemment spontanée, la véritable équation. Il discute bien l'ordonnée, pour quelqu'un évidemment peu habitué aux discussions de courbe. Il ne pense point à discuter la tangente pour décider de la forme de la courbe. Il imagine, sur mon avertissement, la comparaison de la courbe à la corde, et décide très bien ainsi, sans calcul, par une considération géométrique fort simple et certainement spontanée. (*Well.*)

4° *Théorème de M. Sturm.*

Il s'attache d'abord à la partie principale de l'argumentation, qu'il explique toutefois avec un peu de confusion. Invité à la manifester géométriquement, il finit par y parvenir péniblement avec un peu d'aide. Il termine ensuite convenablement la démonstration, quoique toujours un peu péniblement. (*Well.*)

Il croit que la proposition ne s'étend pas au cas des racines égales. (*Weakly.*)

Interpellé d'assigner ainsi les conditions d'entière imaginarité de $x^4 + px = q$, il indique suffisamment la marche et répond avec intelligence sur les principaux incidents de l'exemple. (*Well.*)

5° *Section conique d'après* 1 *directrice et* 3 *points.*

Il ne produit, après une longue hésitation, aucune idée nette de solution, soit graphique, soit analytique, quoique averti qu'il pourrait choisir indifféremment. (*Very weakly.*)

Intelligent et judicieux, il sera probablement une utile acquisition pour l'École, quoique ayant été évidemment trop mal enseigné. (+ +.)

(A classer, presque sans aucun doute, immédiatement après Sers.)

CHABRIER, 22 ans (de $2^h 50^m$ à $5^h 05$.)

1° *Aire de la sphère.*

Exposition intelligente de la proposition en faisant ressortir, mais sur interpellation, le vrai motif des transformations principales. Il trouve, sur-le-champ, la conversion graphique de la sphère en cercle ou en mappemonde. (*Well.*)

Invité à évaluer en hectares l'aire de la zone tempérée, il finit, après une longue hésitation, par trouver la hauteur et puis l'aire sous la forme la plus simple, y compris la transformation trigonométrique. Il évalue bien le rayon en unités convenables et exécute avec intelligence l'ensemble des opérations numériques, en prenant toutes les précautions délicates pour maintenir les erreurs dans le même sens et en marquant bien le degré d'approximation obtenu. (*Well.*)

2° *Point dont la somme des distances à trois autres est la moindre.*

Il pense d'abord au centre du cercle circonscrit et reconnaît presque aussitôt son erreur. Après quelques autres fausses indications, il procède analytiquement et s'aperçoit toutefois spontanément qu'il n'arrivera pas ainsi à cause de deux variables indépendantes. L'analyse de cet échec le conduit judicieusement à penser, avec un peu d'aide, qu'il doit d'abord supposer constante l'une des distances. La question ainsi transformée, il tente encore deux fausses constructions et ne peut aboutir. (*Indifferently.*)

3° *Inscrire, dans une sphère donnée, un cône de volume donné.*

Il forme très bien l'équation à la hauteur $y^3 - 2ry^2 + 4a^3 = 0$. Il cherche, par Sturm, la condition de réalité en y commettant une erreur grave (ôter le facteur y), qu'il répare presque aussitôt et formule bien cette condition. En cas de réalité, il croit d'abord les trois racines positives et se rectifie promptement en voyant bien qu'elles sont suffisamment petites. Invité à en déduire le cône maximum, après avoir d'abord assez bien concilié son analyse avec la figure, il hésite excessivement à reconnaître *a posteriori* que ce cas correspond à une racine double, et le voit aussi *a priori*, quoique d'une manière un peu vague et surtout pénible. D'après ce principe, il achève convenablement l'opération et compare bien ce cône avec le cône équilatéral. (*Near about well.*)

4° *Équilibre d'un poids soutenu par deux plans inclinés.*

Il explique avec intelligence, quoique un peu péniblement et confusément, les deux conditions de cet équilibre et le rapport des pressions. Invité à déduire la situation d'un seul plan favorable à la moindre pression, il le fait très bien. (*Well.*)

Invité à déterminer la situation d'équilibre d'une ellipse donnée, il regarde judicieusement l'ellipse comme donnée et cherche à ajuster convenablement les deux tangentes. En partant avec sagacité d'après la petite équation de l'ellipse, il indique très bien l'ensemble de cette opération difficile de Géométrie analytique. (*Very well.*)

Interpellé enfin de convertir cet exemple en une méthode générale pour une courbe quelconque donnée, il généralise très bien. (*Very well.*)

Intelligent et judicieux, il manifeste une véritable portée, quoique un peu brouillon et d'un esprit trop incertain. Il sera certainement, malgré les apparences, une bonne acquisition pour l'École Polytechnique, s'il y travaille convenablement. (A classer, très probablement, entre Widmer et Boutier.) (+ +.)

VIVIER, 19 ans (de 12^h à 2^h).

1° *Triangle dont les trois côtés de l'aire sont des nombres entiers consécutifs.*

Il forme aisément l'équation convenable. Il la résout lourdement, mais sans erreur, et la vérifie bien. (*Well.*)

Invité à poursuivre l'analyse algébrique de cette équation, il ne pense point d'abord à profiter de la racine déjà trouvée qui réduirait au second degré. Il la discute d'ailleurs assez raisonnablement, mais sans sagacité. Il y fait ensuite disparaître le second terme, afin d'appliquer la condition de réalité et reconnaît ainsi que les autres racines sont imaginaires. Invité alors à les déterminer, il pense enfin à ôter la racine connue et termine bien. (*Enough well.*)

2° *Retour d'une bille à sa position initiale après une double réflexion sur un billard circulaire.*

Il fait d'abord une figure absurde que je suis obligé de rectifier formellement. Persistant, malgré mon avertissement, à faire de la Géométrie analytique, il choisit d'ailleurs de bons axes et forme bien la seconde équation au point d'incidence. Il construit bien, mais trop machinalement, l'hyperbole équilatère correspondante. Invité à y constater les deux vérifications prévues par la nature du problème, il exécute péniblement celle relative à la circonférence et beaucoup trop vaguement celle du centre. Interpellé si ces deux contrôles suffisent pour garantir la justesse générale de son équation, il hésite beaucoup et finit par répondre très juste, en énonçant même assez distinctement le vrai principe général de la doctrine des vérifications. (*Well.*)

Engagé maintenant à se passer de son hyperbole, il forme directement, après une légère indication, l'équation déterminée convenable du troisième degré, qu'il discute faiblement. Averti par moi de l'existence d'une racine étrangère, qu'il n'a pu spontanément apercevoir, je suis encore forcé de la lui indiquer formellement. Après l'avoir ôtée, il trouve la formule et y effectue bien, mais toujours péniblement, les deux vérifications. (*Enough well.*)

3° *Discussion de la courbe* $y^2 = x^3 - x^4$.

Il discute assez bien l'ordonnée, et un peu moins bien la tangente. Il trouve exactement la vraie figure, et les points les plus remarquables, sauf toutefois le point d'inflexion qu'il ne voit pas où placer, quoique très clairement prévu par l'ensemble de la discussion. (*About well.*)

4° *Équilibre des forces parallèles quelconques.*

Exposition raisonnable, mais très lourde, des conditions générales de cet équilibre; analyse très imparfaite des différents cas de gêne. (*Moderately.*)

Judicieux, quoique faiblement intelligent, assez bien instruit, et surtout fort exercé scolastiquement, il sera, sans doute, à tout prendre, une solide acquisition pour l'École. (Entre Le Correur et Blondeau très probablement.) (++).

EXAMENS DE TOULOUSE.

LARROQUE, 19 ans (de 3^h à 4^{h}20^m).

1° *Inscrire dans un triangle donné un rectangle d'aire donnée.*

Il forme très bien et rapidement l'équation à la base. Il explique trop vaguement la double solution, d'une manière qui en indiquerait, sur la figure, trois aussi bien que deux. Invité à trouver le rectangle maximum, il le trouve très péniblement après avoir dit d'avance qu'il devait être quarré. (*Moderately.*)

2° *Théorème de Pythagore.*

Exposition vulgaire de la démonstration par les aires, en faisant toutefois bien ressortir, sur interpellation, le nœud. Il étend bien le théorème aux polygones semblables et ensuite aux cercles. Interpellé sur les ellipses, il répond bien que les axes y doivent être proportionnels, et finit par le justifier *a posteriori*. Il répond de la même manière à l'égard des segments paraboliques toujours *a posteriori*. Invité à prononcer *a priori*, il répond par la similitude.

3° *Similitude nécessaire des paraboles ordinaires.*

Il pose directement en principe que cette similitude résulte nécessairement de la réductibilité à des équations où il n'entre qu'un seul paramètre. Invité à démontrer ce principe en prenant pour texte la parabole, il fait coïncider les axes et malheureusement les foyers de deux paraboles quelconques, et ne peut aboutir qu'à grand'peine à compléter la démonstration, de manière à faire croire que le principe ne soit chez lui qu'un vague et récent ouï-dire. (*Enough well.*)

4° *Discussion de la courbe* $y = x^5$.

Il discute faiblement l'ordonnée, et un peu mieux la tangente, où il voudrait faire étalage de différentiation. Il finit par donner toutefois la vraie figure. (*Near about well.*)

Invité à discuter les intersections rectilignes, il voit d'abord 1 intersection au moins dans tous les cas, et croit 5 au plus, qu'il finit cependant, d'après Descartes, par réduire à 3. Interpellé d'assigner la valeur de a (dans $y = ax + b$), qui, b restant fixé, séparerait les droites à 1 intersection et celles à 3, il pense aussitôt à la tangente; mais il a beaucoup de peine à formuler la condition précise du contact, quoique s'y prenant à peu près bien. (*Enough well.*)

5° *Lieu des projections du foyer d'une parabole sur les normales.*

Il forme bien les équations préparatoires, et exécuterait les éliminations, mais trop laborieusement. Invité alors à déterminer la courbe sans aucun calcul ultérieur, en supposant la courbe du second degré, il reconnaît assez bien que ce doit être une parabole, ayant pour axe celui de la parabole et pour sommet le foyer; pour trouver le paramètre, il pense heureusement à la normale à 45°, et finit par s'en bien tirer. (*Enough well.*)

6° *Parallélogramme des forces.*

Exposition assez intelligente de la décomposition tirée des forces parallèles. Invité à modifier la construction pour dispenser du concours effectif, il trouve bien la direction et l'intensité, mais nullement le point d'application. (*Indifferently.*)

(A balancer très probablement Maurel et certainement avant Vaisse). +.

Esprit lent et embarrassé, mais logique et même sagace, il vaut beaucoup mieux qu'il ne paraît; quoique son instruction soit un peu étroite, il réussirait probablement à l'École.

EXAMENS DE MONTPELLIER.

SIMONNEAU, 19 ans (de $12^h 15^m$ à $2^h 15^m$).

1° *Simplification des fractions numériques.*

Exposition convenable du principe et de la méthode du diviseur maximum. Invité à hâter la production du symptôme d'irréductibilité, il proclame immédiatement (mais sans spontanéité probablement) la faculté de diviser par excès; mais il fixe très mal ainsi la limite du nombre des opérations (le quart du diviseur), et, quoique averti, il persiste à confondre toujours le décroissement par équidifférence à celui par équiquotient. (*Near about well.*)

Il explique très bien les abréviations propres aux décimales. (*Very well.*)

Invité à simplifier ultérieurement, en n'altérant que fort peu et à un degré donné, il pense aussitôt aux fractions continues, mais s'en sert fort mal. (*Weakly.*)

2° *Bissection d'un hémisphère.*

Il forme bien l'équation à la hauteur $x^3 - 3rx^2 + r^3 = 0$. Il la discute en appliquant la condition ordinaire de réalité, après avoir heureusement changé x en $\frac{1}{x}$ pour faire disparaître le second terme : il assigne bien d'ailleurs les signes des racines. Il pense d'ailleurs spontanément à s'assurer très simplement, par la seule substitution de r, que l'une des racines positives est trop grande pour la question. Invité à approcher de la vraie valeur, il prend pour inconnue $\frac{x}{r}$, et y applique convenablement les fractions continues. (*Well.*)

3° *Construction de l'équation précédente.*

Il y emploie la parabole $x^2 = ry$, et l'hyperbole correspondante, qu'il construit bien toutes deux. Il montre fort bien, et par la voie la plus simple, la concordance de la figure avec l'analyse algébrique précédente. (*Very well.*)

Invité à remplacer son hyperbole par un cercle, il signale aussitôt l'impossibilité de le faire sans élever le degré d'une unité. Une première tentative inutile l'engage à prononcer que cette substitution ne peut se faire, et il y persiste malgré la discussion analytique et géométrique. (*Weakly.*)

4° *Lieu des sommets des paraboles ayant même foyer et un point commun.*

Employant comme auxiliaire l'équation de la directrice, il forme très bien l'équation du système. Il cherche ensuite les coordonnées du sommet pour en trouver la relation, comme point sur le diamètre à cordes rectangulaires; il exécute d'ailleurs avec intelligence ce plan trop compliqué de calcul, et indique bien le mode de formation analytique du lieu. (*Well.*)

Invité à construire directement la courbe par points, il le fait très bien, et en déduit, sur interpellation, l'équation du lieu. (*Well.*)

Invité enfin à indiquer, par cette construction, la figure générale de la courbe, il le fait assez bien, mais sans rien de saillant, et ne peut assigner que très péniblement sa tangente aux points principaux. (*Near about well.*)

5° *Équilibre d'un poids soutenu par deux plans inclinés.*

Explication convenable, quoique d'abord un peu confuse, des conditions générales et du calcul des pressions; il en déduit bien la direction propre à la moindre pression isolée sur chaque plan. (*Well.*)

Invité à trouver la situation d'équilibre d'un triangle équilatéral, il présente un aperçu trop compliqué, et d'ailleurs incomplet, de solution trigonométrique, qui témoigne cependant de l'intelligence. (*Moderately.*)

Judicieux et intelligent, quoique trop porté à calculer sans réflexion, et d'ailleurs fort instruit, il sera une bonne acquisition pour l'École (+ +).

(A classer, presque sans aucun doute, entre Doutres et Tournadre).

BONNET, 18 ans (de $1^h 15^m$ à $4^h 15^m$).

1° *Inscrire un quarré dans un triangle.*

Il expose bien la construction ordinaire. Invité à classer les trois quarrés, il répond, d'une manière évidemment préparée, que cet ordre est inverse de celui des côtés. (*Well.*)

2° *Retour d'une bille à sa position initiale après deux réflexions consécutives sur un billard circulaire.*

Prenant pour inconnues les coordonnées du point d'incidence, il forme leur équation et détermine bien l'hyperbole correspondante, sans s'apercevoir sur l'équation, quelque évident que ce soit, qu'elle est équilatère, ce qu'il ne reconnaît qu'en la rapportant formellement au centre au lieu du sommet. Il vérifie bien les deux cas exceptionnels, mais sans pouvoir décider si un tel contrôle est suffisant ni prononcer en général sur le principe du nombre des vérifications. (*Enough well.*)

Invité à construire en se passant de son hyperbole, il cherche le point d'intersection des deux courbes par une équation du second degré, d'où il tire la formule convenable. Engagé enfin à former cette équation d'une manière directe et élémentaire, il finit par le faire convenablement, y découvre, sur avertissement, la racine étrangère, et forme bien l'équation. (*Well.*)

3° *Discussion de la courbe* $y^3 + x^3 = 1$.

Il discute bien l'ordonnée, mais on voit qu'il n'a aucune habitude de la discussion des courbes, puisqu'il ne pense ni à la tangente, ni à aucun autre mode formulé de décider du sens de la courbure. Il remédie spontanément à ce défaut d'instruction, en pensant à comparer la courbe avec une corde; mais il n'y réussit que pour la partie entre les deux points d'intersection, et s'obstine à employer cette unique corde dans le reste de la courbe, sans penser à en changer. (*Near about well.*)

Il cherche l'asymptote et la trouve péniblement d'après une méthode générale : il la vérifie convenablement. Il ne tire pas un parti assez heureux de cette détermination pour rectifier la figure. (*Near about well.*)

4° *Équilibre d'un poids suspendu entre deux points fixes par une corde à nœud coulant.*

Il expose avec beaucoup de peine, quoique mis sur la voie, la condition de cet équilibre : il ne peut finalement même s'en tirer (il est clair qu'il n'entend pas la Statique). (*Weakly.*)

Invité à construire la figure d'équilibre, il s'engage, malgré mon avis, dans de longues et pénibles comparaisons d'angles, qui n'ont même aucun rapport réel avec la question. (*Very weakly.*)

Je lui indique alors la vraie construction, et je lui demande de déterminer par suite la courbe d'ascension d'un reverbère. Prenant pour axes la verticale et l'horizontale d'un point de suspension, il forme bien l'ordonnée d'un point quelconque du lieu, et très péniblement l'abscisse, d'après cette construction, en fonction de la longueur variable de la corde. Il arrive ainsi au résultat, sauf les erreurs du calcul, mais par une voie trop compliquée. (*Enough well.*)

Instruction trop hâtive et trop faible, mais jugement assez sain, et sagacité supérieure à l'ordinaire. Il mérite finalement d'entrer dès cette année; l'École rectifiera probablement ce que ses habitudes scolastiques ont d'étroit et de vicieux (+).

(A classer, presque sans aucun doute, entre Lambrecht et A. Colin).

REYNAUD, 20 ans (de 10^h à 12^h).

1° *Bissection d'un triangle donné à partir d'un point quelconque.*

Il forme très lourdement l'équation déterminée, où il introduit des données superflues. Il la discute très faiblement et interprète mal la double solution. (*Indifferently.*)

2° *Lieu d'un sommet d'un triangle invariable dont les deux autres sommets décrivent deux droites rectangulaires.*

Il forme bien les équations préparatoires, en exprimant l'invariabilité par celle des côtés. Il exécute convenablement les éliminations, et résout bien l'équation finale, après ne l'avoir toutefois suffisamment simplifiée que sur un avis formel. Invité à faire attention au phénomène algébrique que présente cette formule (et qui indique la décomposition de l'équation en deux autres du second degré), il ne peut ni saisir cette indication évidente, ni, à plus forte raison, l'interpréter géométriquement, malgré mes avertissements réitérés sur la position nette de la question. Engagé alors à analyser directement la définition, il finit par y apercevoir la décomposition du lieu, et la retrouve enfin, sur un nouvel avis, dans la formule. Invité alors à déterminer *a priori* les deux ellipses par une analyse plus complète de la définition, il voit d'abord, avec un peu d'aide, que les axes des deux ellipses sont perpendiculaires entre eux, et pense ensuite, pour trouver ces axes, à chercher un couple de diamètres conjugués; mais il ne peut les déterminer de longueur. Conseillé alors de revenir à l'équation, il y détermine par la formule usitée la direction des axes en y reconnaissant la rectangularité des deux ellipses, et ensuite très raisonnablement leur longueur. Il voit très bien sur l'équation le cas du triangle rectangle, et le vérifie convenablement sur la figure ; il traite aussi fort bien l'autre cas singulier du triangle réduit à une droite. (*Enough well.*)

3° *Théorème de Descartes.*

Exposition intelligente de la démonstration ordinaire, et des indications usitées. Invité à préciser ainsi la nature des racines de $x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = 0$, il voit aussitôt qu'elle équivaut à $\frac{x^5+1}{x+1}$, et répond alors fort bien. Sur l'équation $x^3 + x + 1 = 0$, il généralise judicieusement cet artifice en multipliant par $x + a$, et finit par très bien choisir a, de manière à décider la question après quelque hésitation. (*Well.*)

4° *Équilibre d'un poids sur un plan résistant.*

Il explique raisonnablement la loi générale de cet équilibre, et les modifications relatives au frottement. Invité à trouver le maximum d'escarpement ainsi compatible avec l'équilibre, il le fait très bien. (*Well.*)

Judicieux et intelligent, il sera une bonne acquisition pour l'École, quoique ayant été instruit d'une manière trop subalterne : il est moins brillant, mais plus solide très probablement, que Simoneau (+ +).

(A classer, presque sans aucun doute, entre Doutres et Tournadre, immédiatement avant Simoneau.)

AUDIBERT, 17 ans (de $1^h 45^m$ à $3^h 30$).

1° *Quadrature d'un dodécagone régulier d'après son côté.*

Il réduit aisément la question à chercher tang 15°. Il fait alors de vaines transformations en autres lignes trigonométriques du même arc, et ne peut sortir du cercle vicieux. Cependant il est ainsi machinalement conduit à calculer le rayon circonscrit, en ayant convenablement égard à la nature du polygone. Il finit ainsi par trouver la vraie formule et la simplifie bien, mais la construit trop péniblement et d'une manière trop compliquée. (*Enough well.*)

2° *Condition des coefficients de $x^3 - 3px = 2q$, pour deux racines en raison donnée.*

Il substitue a et ma, et cherche à calculer p et q en m et a :

il retranche heureusement les deux équations, et détermine p, par suite q : il finit par bien apercevoir, sur interpellation, que ces calculs étaient réellement faits d'avance d'après les lois de composition. Trouvant que le quotient $\frac{p}{q}$ dépend de a, il croit d'abord que la relation indépendante de a n'existe point : et cependant, interpellé, il finit par élargir son idée (il paraît là ne manquer que d'habitudes élevées), et trouve la relation cherchée, et la vérifie bien pour le cas des racines égales, qu'il traite d'ailleurs directement dans le même esprit. (*Enough well.*)

3° *Lieu du sommet d'une parabole invariable tangente en* 1 *point fixe à* 1 *droite fixe.*

Prenant bien les axes, il forme aisément le contact. Pour formuler l'invariabilité, il pense à celle de la distance du foyer au sommet. Il cherche le sommet comme point où la tangente est perpendiculaire au diamètre, et le formule bien avec un peu d'aide. A l'égard du foyer, il veut d'abord partir banalement de la définition algébrique; mais, invité à réfléchir sur le choix du caractère, il recourt bientôt spontanément à la propriété caustique pour la tangente donnée : il suit très heureusement cette idée, et s'aperçoit bien qu'il a déjà (dans la formulation du sommet) l'équation de l'axe dont il a alors besoin. Finalement, il exprime fort bien l'invariabilité. (*Very well.*)

Arrivé à ce point, il hésite beaucoup à concevoir le mode de formation de l'équation du lieu : cependant il finit par caractériser suffisamment l'élimination convenable, sans apercevoir les moyens évidents d'abréviation. (*Sufficiently.*)

Invité à discuter *a priori* la courbe autant que possible, il reconnaît judicieusement les circonstances les plus générales; mais il ne peut la décrire par points. (*Indifferently.*)

4° *Équation de la cissoïde ordinaire d'après la définition de Newton.*

Il motive très imparfaitement le choix, d'ailleurs convenable, des axes. Il ne conçoit pas d'une manière assez large, assez rationnelle et assez directe, le mode de formation de l'équation du lieu, qu'il ne cherche que par des essais vaguement dirigés. Il finit cependant par arriver ainsi à l'équation, et la discute fort bien, de manière à reconnaître très bien, soit ainsi, soit par la définition, la véritable forme de la courbe : il nomme la cissoïde qu'il connaît par la définition de Dioclès. (*Well.*)

5° *Équilibre d'un poids soutenu par trois plans inclinés.*

Il n'a pas d'idée assez nette de la nature de cet équilibre, qu'il ne croit pas d'abord caractérisé par une véritable équation. Quoique son bon sens le rectifie à cet égard, il ne sait point assez la Statique pour saisir nettement même le principe de la formation de cette équation. (*Weakly.*)

Il est incontestablement le plus intelligent et le plus judicieux de tous les candidats de Montpellier, quoique jusqu'ici dressé à des habitudes mathématiques trop subalternes, contre lesquelles il lutte difficilement, mais avec succès, et à la prolongation desquelles l'École mettra sans doute un terme suffisant et opportun. (+ +.)

(A classer, sans presque aucun doute, entre Schmutz et Tricotel.)

MARIE, 18 ans (de 10^h30 à midi).

1° *Décider trigonométriquement si 3 points inaccessibles sont en ligne droite.*

Il croit d'abord pouvoir prononcer d'après une seule station, et indique un caractère absurde : il a beaucoup de peine à reconnaître la nécessité de deux stations. Il finit cependant par bien concevoir l'opération, et la compare judicieusement à l'observation directe. (*Enough well.*)

Même question pour 4 points en cercle, dont il faut trouver le rayon.

Il finit par reconnaître d'abord, mais avec beaucoup de peine, si le quadrilatère est plan, et indique ensuite un bon caractère d'inscriptibilité. (*Near about well.*)

Il explique convenablement la formule ordinaire du rayon par les côtés. (*Well.*)

2° *Dimensions d'une calotte sphérique d'après son volume et sa surface totale.*

Il forme bien les équations préparatoires, et en déduit bien, trop lentement, par excès d'adresse, l'équation finale à la hauteur $y^4 - 8a^2y^2 + 32b^3y - a^4 = 0$. Il n'y voit pas nettement que les 2 racines réelles permanentes sont nécessairement étrangères à la question. L'ensemble de sa discussion algébrique est très faible : il ne voit pas même le signe nécessaire des 2 autres racines en cas de réalité. Il concilie d'ailleurs cette analyse très imparfaitement avec la nature de la question. Invité à déterminer les dimensions de la calotte maximum, il la croit caractérisée par $y = a$, et cherche à démontrer ce sophisme, sans penser ni au principe des racines égales, ni aux conditions de réalité. (*Weakly.*)

3° *Lieu d'un sommet d'un triangle invariable dont les 2 autres décrivent 2 droites rectangulaires.*

Il institue péniblement une analyse presque impraticable et confuse, quoique strictement correcte. Il ne peut la simplifier assez pour la rendre exécutable. (*Sufficiently.*)

Invité alors à discuter *a priori*, en supposant que l'équation soit du 4° degré, il ne pense nullement à la décomposition évidente du lieu, et n'aperçoit que la double symétrie, dont il apprécie sainement l'influence algébrique, sans pouvoir même déterminer par quelques positions choisies les coefficients restés indéterminés, quoique très formellement mis sur la voie à cet égard. (*Very weakly.*)

4° *Discussion de la courbe* $y^4 + x^4 = 1$.

Il discute très faiblement l'ordonnée et ne pense pas à la tangente. Il imagine de comparer la courbe au cercle correspondant; mais il ne s'en sert que comme d'une sorte d'artifice d'évaluation des ordonnées, et finalement ne peut prononcer sur la vraie figure. (*Weakly.*)

Il promettait beaucoup plus qu'il n'a tenu; mais il n'est pas sans intelligence, quoique trop faiblement préparé. En persistant convenablement, il pourra devenir bon l'an prochain, mais il n'est, cette fois, que très strictement admissible. (+.)

(A classer, presque sans doute, entre Bertin et Urbain.)

DUTENS, 19 ans (de $2^h 15^m$ à 4^h).

1° *Volume produit par un hexagone régulier autour d'un côté, d'après la longueur du côté.*

Il emploie immédiatement la règle de Guldin et évalue très bien les deux facteurs. (*Well.*)

Invité à fixer la direction de l'axe correspondant au maximum de volume, il le fait très bien. (*Very well.*)

Invité enfin à démontrer la règle de Guldin, il le fait convenablement, quoique d'une manière un peu trop compliquée, pour des éléments rectangulaires; et il emploie ensuite assez bien le théorème des moments, quoiqu'avec un peu d'hésitation, dans le passage des éléments à l'ensemble. (*Well.*)

2° *Doctrine des combinaisons.*

Il motive assez bien, mais sur interpellation, la conversion des combinaisons en arrangements. Il établit ensuite suffisamment la formule ordinaire. Invité à l'appliquer au dénombrement des mots de 4 consonnes et 3 voyelles, il le fait très judicieusement, et en retranche fort bien ceux où toutes les consonnes se suivent. (*Very well.*)

3° *Théorème de M. Sturm.*

Il expose convenablement, mais sans rien de saillant, et même d'une manière un peu lourde, la démonstration ordinaire, qu'il n'achève même que péniblement. (*Near about well.*)

Invité à manifester par les courbes l'argument principal, il finit par le faire suffisamment avec un peu d'aide. (*Enough well.*)

Il paraît comprendre à peu près l'extension au cas des racines égales. (*Near about well.*)

Invité aux conditions d'entière imaginarité de $x^2+px=q$, il ne suit pas bien, dans l'exécution du calcul, le véritable esprit de la règle quant aux modifications permises : à cela près, l'application est convenable. (*Moderately.*)

4° *Rectangle maximum circonscriptible à une ellipse donnée.*

Il répond d'abord que le moindre est celui des axes, et s'obstine à le répéter, sans le prouver d'ailleurs. Après une longue hésitation, il n'institue aucun plan rationnel de solution. Il ne pense pas même à chercher le lieu circonscrit aux rectangles. (*Very weakly.*)

5° *Lieu des projections du foyer d'une parabole sur les normales.*

Il institue assez bien l'analyse préparatoire, et exécute suffisamment les éliminations, sans prévoir assez tôt le degré du résultat. (*Moderately.*)

Invité alors à déterminer la courbe sans calcul, en la supposant du second degré, il voit assez bien que ce sera une parabole, dont il assigne l'axe et le sommet, et il imagine, pour déterminer le paramètre ou le foyer, une construction exacte, mais trop compliquée, d'où il ne peut déduire nettement son rapport avec le paramètre primitif, lors même que ce rapport lui est annoncé. (*Ner about well.*)

Assez intelligent et judicieux pour former un bon élève ordinaire. (+.)

(A classer, sans presque aucun doute, entre (Nicolas) Colin et Lambrecht.)

(*Revue occidentale, philos., soc. et polit.*, t. V, n° 2).