Nouvelles annales de mathématiques

de Saint-Germain

Sur la convergence des séries

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 11 (1892), p. 267-268

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1892_3_11__267_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1892, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

Numdam

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques

http://www.numdam.org/

SUR LA CONVERGENCE DES SÉRIES;

PAR M. DE SAINT-GERMAIN.

D'une étude intéressante insérée dans le numéro de mars 1892, M. Jamet conclut qu'une série U à termes positifs $u_0, u_1, \ldots$ est divergente quand $u_n^{\frac{1}{n l^p}}$ a une limite supérieure à l'unité, convergente si la limite est < 1, p étant un nombre positif quelconque. La première proposition est à peu près évidente; la seconde peut résulter d'une règle plus limitative, et facile à établir. Soit

$$u_n^{\frac{1}{n^p}} = 1 - \varepsilon_n;$$

je dis que U sera convergente ou divergente suivant que la limite de $\frac{n^p \varepsilon_n}{\mathrm{L}n}$ sera > 1 ou < 1.

Considérons la série V dont le terme général v_n est $\frac{1}{n^\alpha}$; on a

$$v_n^{\frac{1}{n^p}} = e^{-\frac{\alpha}{n^p}\mathrm{L}n} = 1 - \frac{\alpha\,\mathrm{L}n}{n^p} + \frac{\alpha^2\,\mathrm{L}^2 n}{2\,n^{2p}}\, e^{-\theta\frac{\alpha}{n^p}\mathrm{L}n};$$

la limite du produit analogue à $\frac{n^p}{\mathrm{L}n}\varepsilon_n$ est α; or on sait que V est convergente ou divergente suivant que α est $\gtrless 1$ et, par un raisonnement bien connu, on en déduit immédiatement la règle que j'ai indiquée. Dans le cas envisagé par M. Jamet, ε_n étant fini, la limite de notre produit serait infinie.