Nouvelles annales de mathématiques

Concours général de 1891

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 10 (1891), p. 353-357

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1891_3_10__353_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1891, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1891.

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.

Mathématiques.

On donne une quadrique Q et une sphère S de rayon nul ayant pour centre le point P; soit Σ une quelconque des quadriques passant par l'intersection de la quadrique Q et de la sphère S.

1° Démontrer que le cône, ayant pour sommet le point P et pour base la section de la surface Σ par un plan touchant la quadrique Q en un point quelconque M, a pour un de ses axes de symétrie la droite PM.

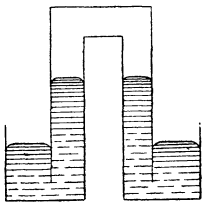
2° Trouver le nombre des quadriques Σ qui se réduisent à de véritables cônes et les conditions nécessaires et suffisantes pour que l'un de ces cônes devienne un véritable cylindre ou un système de deux plans réels.

3° La quadrique Q et le point P étant donnés, examiner si la propriété énoncée au numéro premier peut subsister, quand on remplace la sphère-point S par une quadrique convenablement choisie.

Physique.

I. Chaleur spécifique des gaz.

II. A l'intérieur d'un vase cylindrique en forme de cloche, fixé à sa partie supérieure, flotte un cylindre semblable dont le bord est relevé en forme de gouttière; l'espace compris



entre les deux cylindres est rempli partie par de l'air, partie par du mercure; et le système se trouve ainsi en équilibre pour une pression atmosphérique donnée.

Quel sera l'effet produit par une variation de la pression extérieure, et comment pourrait-on faire de l'appareil un baromètre inscripteur?

III. Démontrer que, si l'on observe l'image d'un objet donnée par un système optique quelconque symétrique autour d'un axe, le grossissement reste le même, quand, le système demeurant fixe, on échange les positions de l'œil et de l'objet.

Chimie.

I. Analogies et différences physiques et chimiques du brome et de l'iode. Leurs principaux composés.

II. On chauffe $12^{gr},400$ de phosphore avec un excès d'hydrate de baryte dissous dans l'eau. On admet qu'il ne se produit ni hydrogène libre, ni acide phosphorique et que le gaz dégagé se compose de $\frac{9}{10}$ de phosphure d'hydrogène gazeux et de $\frac{1}{10}$ de vapeurs d'hydrogène phosphoré liquide. Après dissolution du phosphore, le liquide est traité par un courant d'acide carbonique en excès et filtré. A cette dissolution, on ajoute de l'acide sulfurique dilué tant qu'il se forme un précipité; on filtre de nouveau, on lave et l'on sèche le précipité.

Dans la dernière liqueur filtrée, on fait passer un courant de chlore en excès, puis on évapore et l'on calcine en s'arrêtant avant la volatilisation du produit solide.

On demande :

1° Le poids du précipité donné par l'acide sulfurique;

2° La nature et le poids du produit contenu dans le liquide séparé de ce précipité;

3° Le poids de chlore utilisé par cette dissolution;

4° La nature et le poids du produit obtenu après évaporation et calcination.

On donne l'équivalent du baryum : $Ba = 68,5$.

PHILOSOPHIE.

On donne dans un plan deux cercles dont les centres sont les points O et O' et qui se coupent aux points A et B; par le point A, on mène, dans le plan des cercles donnés, une droite quelconque qui coupe le premier cercle aux points A et C et le second aux points A et C'. On forme le triangle BCC'. Soit I le centre du cercle inscrit dans le triangle BCC' et soient E et E' les centres des cercles exinscrits à ce même triangle, le premier dans l'angle C, le second dans l'angle C'.

1° Trouver le lieu décrit par chacun des points I, E, E' quand la droite ACC' tourne autour du point A.

2° Mener la droite ACC' de façon que l'aire du triangle BCC' soit la plus grande possible.

3° Mener la droite ACC' de façon que l'aire du triangle IEE' soit la plus grande possible.

4° Dans quel cas la position de la droite ACC', pour laquelle l'aire du triangle BCC' est la plus grande possible, est-elle aussi celle pour laquelle l'aire du triangle IEE' est la plus grande possible?

SECONDE.

I. Quelles sont les valeurs des inconnues x, y, z qui vérifient l'équation

$$x - 2y + 4z = 7.$$

sachant qu'elles doivent satisfaire au système

$$\begin{aligned} 3x + 8z &= 7y, \\ x + 5y &= 3z, \\ 3x + 25z &= 129y? \end{aligned}$$

II. Soit P le parallélépipède ABCDA'B'C'D', les points A et A' étant opposés, ainsi que B et B', etc. Par chacun des sommets on fait passer le plan parallèle au plan déterminé par les secondes extrémités des trois arêtes aboutissant à ce sommet. Ainsi par A on fait passer le plan parallèle au plan BDC', et ainsi des autres :

1° Donner une construction des sommets du solide R limité par ces plans, en supposant connus les sommets du parallélépipède P.

2° Inversement déduire les sommets du parallélépipède P des sommets supposés connus du solide R.

3° Quelles particularités présente le polyèdre R quand P est un rhomboèdre, ou un parallélépipède rectangle ou un cercle?

4° Calculer le rapport du volume du polyèdre R au parallélépipède P.

Nota. — Le rhomboèdre est un parallélépipède dont les faces sont des losanges égaux.

TROISIÈME.

I. Calculer le nombre des multiples du nombre entier B contenus dans la suite

$$A(B+1), \quad A(B+2), \quad \ldots, \quad A \times nB;$$

A et n sont des nombres entiers donnés.

Appliquer au cas où

$$A = 750, \qquad B = 1200, \qquad n = 80.$$

II. 1° Étant donné un triangle ABC, construire un point M tel que ses distances aux côtés soient proportionnelles aux nombres donnés α, β, γ. Nombre des solutions. Examen du cas où α, β, γ sont égaux entre eux et du cas où ces nombres sont inversement proportionnels aux longueurs des côtés correspondants.

2° Si l'on suppose connus les points comme M correspondant à un même triangle, construire les sommets de ce triangle.

3° Étant donné arbitrairement un point M dans le plan du triangle ABC, construire tous les points dont les distances aux côtés de ABC sont proportionnelles aux distances du point M à ces côtés. Discuter le nombre des solutions.

4° Étant données les longueurs a, b, c des côtés du triangle ABC et les nombres α, β, γ, établir la formule générale donnant la distance au côté BC d'un des points qui, comme M, satisfont à 1°.