NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Concours d'admission à l'École normale supérieure en 1891

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 10 (1891), p. 311-312

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1891_3_10__311_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE EN 1891.

Mathématiques.

Soit (E) une ellipse qui, rapportée à ses axes, a pour équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0,$$

et soient x_0, y_0 les coordonnées d'un point M du plan de cette ellipse; on considère le cercle (C) passant par le point M et les points de contact P, Q des tangentes à l'ellipse issues du point M.

1° Le cercle (C) rencontre l'ellipse en deux autres points P', Q'; prouver que les tangentes à l'ellipse en ces deux points se coupent en un point M' situé sur le cercle; montrer que, par M, M' et les deux foyers réels, on peut faire passer un cercle; de même par M, M' et les deux foyers imaginaires.

2° Soient I, I', I'' les points où se coupent respectivement les droites PQ, P'Q', les droites PQ', P'Q, enfin les droites PP', QQ'; on suppose que le point M reste fixe et que l'ellipse (E) se déforme en gardant les mêmes foyers : on demande les lieux décrits par les points I, I', I''; on propose enfin de montrer que tout cercle passant par les points I', I'' est orthogonal au cercle décrit sur MM' comme diamètre.

Physique.

I. Dans une boîte rectangulaire de 4^{dm} de longueur, une face est formée par une glace dépolie carrée de 1^{dm} de côté; au centre de la face opposée est percé un petit trou circulaire. On met, à égale distance du trou et de la glace, un dessin transparent dont l'ombre se forme sur la glace quand on expose le trou en face d'un mur blanc vivement éclairé.

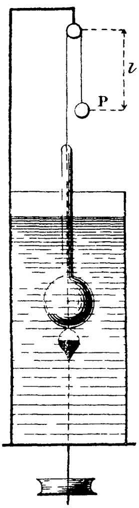
On demande quels changements seront produits dans l'éclairement et dans les dimensions de l'ombre par l'introduction d'une lentille achromatique convergente sur l'axe de la boîte, dans l'une des positions suivantes :

1° Entre le dessin et le trou ;

2° Entre le trou et le mur.

Le diamètre de la lentille est égal à 1/[illegible] de décimètre, et sa distance focale à 1^{dm}.

II. Une éprouvette cylindrique pleine d'eau peut tourner d'un mouvement uniforme autour de son axe de figure supposé vertical; une potence liée à l'éprouvette supporte sans frottement une poulie de dimensions négligeables, placée exactement sur l'axe de rotation. Un poids P (25^{gr}) est attaché à un bout d'un fil non pesant qui passe sur la poulie et vient s'attacher par l'autre bout à un aréomètre dont la tige a une section de 1^{cq}. Section droite de l'éprouvette : 10^{cq}.



Au repos, lorsque l'équilibre est établi, la partie du fil comprise entre la poulie et le poids P a une longueur $l = 30^{cm}$.

Quel est le déplacement vertical de l'aréomètre quand tout l'appareil tourne avec une vitesse angulaire ω, ce qui projette le poids P latéralement?

On admet que l'aréomètre reste exactement centré et que la surface libre de l'eau reste horizontale.

$$g = 980 \text{ (C.G.S.)}.$$