Nouvelles annales de mathématiques

Concours d'admission à l'École normale supérieure en 1890

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 9 (1890), p. 538-539

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1890_3_9__538_0>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ECOLE NORMALE SUPÉRIEURE EN 1890.

Mathématiques.

1. Entre les coordonnées x, y d'un point A et les coordonnées u, v d'un point B, on établit les relations

$$x = \frac{u^3 + \lambda u v^2}{u^2 + v^2}, \qquad y = \frac{v^3 + \lambda v u^2}{u^2 + v^2},$$

où λ est un nombre positif donné.

Après avoir déduit de ces relations l'équation qui relie les coefficients angulaires α, β des droites qui joignent l'origine aux points A, B, on montrera que, en général, à chaque point A correspondent trois positions du point B : ces points B_1, B_2, B_3 peuvent-ils être réels et distincts? Où le point A doit-il se trouver pour qu'il en soit ainsi? Sur quel lieu doit-il être situé pour que deux de ces points, B_2 et B_3, par exemple, soient confondus? Si le point A décrit ce lieu, quels sont les lieux décrits par les points confondus B_2, B_3 et par le point B_1?

2. Étant donnés deux axes rectangulaires Ox, Oy, on prend sur l'axe des x un point fixe A, sur l'axe des y un point fixe B, et l'on mène par le point O une parallèle à la droite AB. On considère un système de trois cercles assujettis à avoir même axe radical et à être tangents, le premier en A à l'axe des x, le second en B à l'axe des y, le troisième en O à la parallèle à AB.

Démontrer que l'axe radical des trois cercles passe par un point fixe.

Trouver le lieu des points communs à ces trois cercles : on indiquera quelle est en général la forme de cette courbe, et l'on examinera en particulier le cas où l'angle en A du triangle OAB est égal à $\frac{\pi}{6}$.

Physique.

1. Montrer que la différence constatée par Regnault entre

les deux coefficients de dilatation d'un même gaz est d'accord avec la manière dont le gaz s'écarte de la loi de Mariotte.

2. Étudier la marche des rayons qui, partis d'un point lumineux, ont traversé une lentille, de faible ouverture et d'épaisseur négligeable, dont l'une des faces est taillée suivant un cylindre circulaire droit convexe, la deuxième face étant plane et parallèle à l'axe du cylindre. Passer de là au cas où la source de lumière est une petite droite perpendiculaire à l'axe principal. Examiner enfin ce qui se passe quand la lentille plan-cylindrique est immédiatement suivie d'une lentille sphérique convergente infiniment mince.