

AUDIBERT

Solution de la question 1592

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 9
(1890), p. 374-375

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1890_3_9__374_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1890, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 1592;

PAR M. AUDIBERT.

D'un point M du plan d'une ellipse, on abaisse les quatre normales dont les pieds sont A₁, A₂, A₃, A₄. Chaque normale, telle que MA₁, rencontre le grand axe en P₁ et le petit axe en Q₁. Démontrer les relations

$$(1) \quad \frac{MA_1}{A_1P_1} + \frac{MA_2}{A_2P_2} + \frac{MA_3}{A_3P_3} + \frac{MA_4}{A_4P_4} = \text{const.}$$

$$(2) \quad \frac{MA_1}{A_1Q_1} + \frac{MA_2}{A_2Q_2} + \frac{MA_3}{A_3Q_3} + \frac{MA_4}{A_4Q_4} = \text{const.}$$

(BARISIEN.)

Désignons par (x, y) les coordonnées du point A₁, par (α, β) celles du point M, et enfin par I₁ et B₁ les projections de A₁ sur l'abscisse et l'ordonnée du point M. Les triangles rectangles semblables MA₁B₁, P₁A₁I₁ donnent les proportions

$$(3) \quad \frac{MA_1}{A_1P_1} = \frac{\alpha - x}{x - OP_1} = \frac{\beta - y}{y}.$$

D'ailleurs, en faisant $y = 0$ dans l'équation de la normale A₁P₁, on voit que $OP_1 = \frac{\alpha^2 - b^2}{a^2} x$.

Cela posé, si l'on égale à ρ les rapports (3) et si l'on élimine x et y entre les deux relations ainsi obtenues et l'équation de l'ellipse, on obtient l'équation

$$\rho^4 + \frac{2(a^2 + b^2)}{b^2} \rho^3 + \dots = 0,$$

et, comme les racines de cette équation sont les valeurs des quatre rapports (1), on voit que la somme de ces rapports est constante et égale à $\frac{2(a^2 + b^2)}{b^2}$.

La démonstration de la relation (2) est tout à fait analogue.

N. B. — MM. Pellegrin et Reval nous ont adressé des solutions peu différentes de celle qui précède.