NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

BALITRAND

Sur le déplacement d’une droite

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 8 (1889), p. 526-527

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1889_3_8__526_0>

SUR LE DÉPLACEMENT D'UNE DROITE;

Par M. BALITRAND,
Élève à l'École Polytechnique.

M. Genty a considéré (3[e] série, t. VII, p. 350) le déplacement d'une droite de longueur constante, dont les extrémités A_1 et A_2 glissent sur deux surfaces (S_1) et (S_2), de telle sorte que les normales aux points A_1, A_2 à ces surfaces se rencontrent en un point N. La droite étant assujettie à trois conditions, chacun de ses points, A, décrit une surface (S), et M. Genty a démontré que la normale au point A à la surface S passe en N. Nous nous proposons de donner une démonstration géométrique de ce théorème, puis de le généraliser un peu.

Donnons à la droite un déplacement infiniment petit à partir de sa position initiale. Les plans normaux aux trajectoires de ses différents points se coupent suivant une droite qui passe par le point N, puisque ce point appartient à l'intersection des plans normaux aux trajectoires des points A_1 et A_2. Supposons que l'on communique à la droite un second déplacement infiniment petit. Les plans normaux aux nouvelles trajectoires de ses différents points se coupent encore suivant une droite, qui passe également au point N. La normale au point A à la surface (S) est normale aux trajectoires du point A dans ces deux déplacements; donc elle passe en N.

Imaginons un solide invariablement lié à la droite, c'est-à-dire ne pouvant pas tourner autour de cette droite. Chaque point de ce corps décrira une surface, et l'on sait que, pour un pareil déplacement, il existe deux droites qui rencontrent les normales aux surfaces trajectoires de tous les points du solide. Dans le cas présent, ces deux droites se croisent évidemment au point N; par suite, la normale à la trajectoire d'un point quelconque du solide passe au point N.

Comme cas particulier, considérons le cas où les surfaces (S_1) et (S_2) sont deux plans, et soit L leur intersection. Le plan $A_1 A_2 N$ est perpendiculaire à L, et la normale AN, étant située dans ce plan, reste constamment parallèle à un plan perpendiculaire à L. La surface (S) est donc un cylindre dont les génératrices sont parallèles à L. Pour avoir le degré de ce cylindre, il suffit de considérer le déplacement de la droite dans un plan fixe perpendiculaire à L, le plan $A_1 A_2 N$ par exemple. On a une droite de longueur constante, dont les extrémités glissent sur deux droites fixes. Dès lors le point A décrit, dans ce plan, une conique dont le centre est au point de rencontre des deux droites. Donc, *lorsqu'une droite de longueur constante, dont les extrémités* A_1 *et* A_2 *glissent sur deux plans, se déplace de telle sorte que les perpendiculaires à ces plans, aux points* A_1 *et* A_2, *se coupent constamment, un point quelconque de la droite décrit un cylindre du second degré, dont les génératrices sont parallèles à la droite d'intersection des deux plans, et dont l'axe coïncide avec cette droite.*