Concours pour les bourses de licence (Paris, 1887)

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 7 (1888), p. 45-46
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1888_3_7__45_1>

CONCOURS POUR LES BOURSES DE LICENCE (PARIS, 1887).

1. Dans un plan, rapporté à deux axes rectangulaires, on considère le système des courbes définies par l'équation

$$x^2 + y^2 + ax + by + \mathrm{A}a + \mathrm{B}b + \mathrm{C} = 0,$$

où A, B, C sont des constantes données, a, b des paramètres variables. Démontrer qu'à chaque point M du plan correspond un point M', tel que, par les deux points M, M', on puisse faire passer une infinité de cercles S. On montrera comment les coordonnées de l'un s'expriment au moyen des coordonnées de l'autre. On prouvera que la droite MM' passe par un point fixe I et que le produit IM.IM' est constant. Enfin, on cherchera à remplacer la définition analytique des cercles S par une définition géométrique qui mette en évidence les propriétés qui précèdent.

2. Les constantes A, B, C étant données, on propose de déterminer des constantes A_1, B_1, C_1, de façon que l'expression

$$\frac{\mathrm{A}}{x-a} + \frac{\mathrm{B}}{x-b} + \frac{\mathrm{C}}{x-c} + \frac{\mathrm{A}_1}{(x-a)^2} + \frac{\mathrm{B}_1}{(x-b)^2} + \frac{\mathrm{C}_1}{(x-c)^2}$$

soit le carré d'une fraction rationnelle en x. A quelle condition est-ce possible? Les constantes A, B, C sont supposées différentes.