Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 7 (1888), p. 204

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1888_3_7__204_0>

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une Lettre de M. Halphen à M. Rouché. — Voici des résultats bien curieux, qui me paraissent pouvoir être mis dans vos *Nouvelles Annales*, sous la forme que vous voudrez, comme problèmes, par exemple.

Il s'agit des polynômes A_n qui se déduisent les uns des autres par la loi

$$A_n = x^2 A_{n-2} - (2n-1) A_{n-1},$$

et qui fournissent la solution de l'équation de Riccati

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left[\frac{n(n+1)}{x^2} + 1\right] y$$

par la formule

$$y = \frac{A_n}{x^n} e^x.$$

Ce sont

$$A_1 = x - 1,$$
$$A_2 = x^2 - 3x + 3,$$
$$A_3 = x^3 - 6x^2 + 15x - 15,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Soient $a, b, \ldots$ les racines de A_n.

1° Le discriminant a la valeur suivante :

$$\Pi(a-b)^2 = (-1)^{\frac{1}{2}n(n-1)} 3^{2n-3}.5^{2n-5}.7^{2n-7}\ldots(2n-3)^3(2n-1).$$

2° La fonction symétrique $\Pi(a+b)$ s'exprime ainsi :

$$\Pi(a+b) = 3.5^2.7^3\ldots(2n-3)^{n-2}(2n-1)^{n-1}.$$

3° A_n a une seule racine réelle ou n'en a point, suivant la parité de n.

J'en passe et des meilleurs, etc.