NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

A. DROZ

Solution géométrique de la question 1526

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 6 (1887), p. 580-581

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__580_1>

SOLUTION GÉOMÉTRIQUE DE LA QUESTION 1326;

PAR M. A. DROZ,
Professeur à l'École cantonale de Porrentruy

Considérons un parallélogramme ABCD *et une droite* MM′ *quelconque de son plan. Il existe deux coniques circonscrites au parallélogramme et tangentes à la droite* MM′. *Soit* O *le milieu du segment déterminé sur cette droite par les deux points de contact. Il existe, en outre, une conique inscrite dans le parallélogramme et tangente à la droite* MM′. *Soit* O′

son point de contact avec cette droite. Les points O *et* O′ *coïncident.* (H. Andoyer.)

On sait que toutes les coniques circonscrites à un quadrilatère ABCD coupent une droite quelconque de leur plan suivant un système involutif. L'involution est déterminée par les paires de points $\alpha\alpha'$ et $\beta\beta'$, où la droite MM′ coupe les coniques dégénérées AB et CD, BC et AD du faisceau.

Les points doubles de l'involution sont les points de contact des deux coniques du faisceau qui sont tangentes à MM′. Ces points peuvent être imaginaires, mais le point milieu O du segment compris entre ces points est toujours réel. C'est le point central de l'involution; il est déterminé par la relation

$$O\alpha.O\alpha' = O\beta.O\beta'.$$

D'autre part, il est facile d'obtenir le point de contact O′ en considérant MM′ comme deux tangentes coïncidentes d'un hexagone de Brianchon dont les quatre autres côtés seraient les côtés du parallélogramme. Par β, on mène une parallèle à AB, et par α' une parallèle à AD. Ces deux droites se coupent en I. La droite AI rencontre MM′ au point de contact cherché O′.

Or, par raison de parallélisme, on a

$$\frac{O'\beta}{O'\alpha} = \frac{O'I}{O'A} = \frac{O'\alpha'}{O'\beta'},$$

d'où

$$O'\alpha.O'\alpha' = O'\beta.O'\beta'.$$

Les points O et O′ doivent donc coïncider.