Nouvelles annales de mathématiques

École navale (concours de 1886)

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 6 (1887), p. 284-287
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__284_1>

ÉCOLE NAVALE (CONCOURS DE 1886).

Arithmétique et Algèbre (3 heures et demie).

I. Calculer à un millième près le produit $\pi\sqrt{3}$.

II. Démontrer que, quel que soit le nombre entier n, la fraction décimale équivalente à la somme

$$\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}$$

est une fraction décimale périodique mixte.

III. Étant donné un triangle ABC quelconque, on trace le cercle inscrit, on mène à ce cercle la tangente B′C′; on trace le cercle inscrit du triangle A′B′C′, on mène à ce cercle la tangente B″C″ parallèle à B′C′, et ainsi de suite. Si l'on désigne respectivement par a, b, c les côtés BC, AC, AB du triangle ABC, par $2p$ son périmètre, par s et d la somme et la différence des côtés b et c, le rapport du rayon de l'un des cercles au rayon du cercle précédent est égal à $\frac{p-a}{p}$; on demande :

1° De démontrer que la limite vers laquelle tend la somme des surfaces des cercles a pour expression, à un facteur numérique près, $\frac{(s^2-a^2)(a^2-d^2)}{as}$.

2° De trouver les valeurs de a qui rendent cette expression maximum ou minimum, s et d restant constants, et de démontrer que la valeur qui correspond au maximum satisfait aux conditions géométriques du problème.

Calcul trigonométrique (1 heure).

I. Calculer la valeur de l'expression

$$\sqrt{\frac{0,0157^4 . \sin 22^\circ 17' 6''}{0,056437}}.$$

II. Calculer les angles x satisfaisant à l'équation

$$0,4235 \sin x + 0,1516 \cos x = 0,3818.$$

Géométrie descriptive (1 heure et demie).

Étant donnée une sphère tangente au plan horizontal, dans le premier dièdre, et dont les coordonnées du centre sont $o'\omega = 30^{mm}$, $o\omega = 42^{mm}$:

1° Construire les traces d'un plan qui coupe la sphère suivant un petit cercle de rayon donné, 20^{mm}, et qui fait avec le plan horizontal un angle donné, 40°, et avec le plan vertical un angle donné, 60°.

2° Construire les projections de l'intersection de ce plan et de la sphère.

Géométrie (3 heures et demie).

I. Mesure de la surface du triangle sphérique : définitions, énoncés, ordre et démonstration succincte des principales propositions qui conduisent à l'expression numérique de cette surface, lorsqu'on a spécifié les unités d'angle et de surface. Application numérique : calculer, sur une sphère dont le rayon est de $3^m,60$, l'aire du triangle sphérique dont les angles ont pour valeurs $A = 0,98$, $B = 1,50$, $C = 2,30$, quand on prend pour unité d'angle l'angle dont l'arc est égal au rayon et pour unité de surface le centimètre carré.

II. O, O′, O″ sont trois circonférences homothétiques directes ou inverses par rapport au même centre S; par ce point S, on mène une sécante quelconque SM; soient A et B ses points d'intersection avec la circonférence O, soit B′ l'homologue sur la circonférence O′ du point B, soit A″ l'homologue sur la circonférence O″ du point A. Démontrer que le produit $AA''.BB'$ est constant et égal à $LL''.LL'$, L, L′ et L″ étant les points de contact des trois cercles avec la tangente commune issue de S; considérer en particulier le cas où les circonférences O′, O″ coïncident, alors $AA'.BB' = \overline{LL'}^2$. Déduire de cette proposition que toutes les circonférences tangentes à deux circonférences données O′, O″ ont, avec toute circonférence O homothétique à O′ et à O″, une tangente commune interne ou externe, DE, de longueur constante.

Réciproquement : O et O′ étant deux circonférences données et S leur centre de similitude directe ou inverse, le lieu du point P, déterminé sur chaque sécante SABA′B′ par la condition $AA'.BP = k^2 = \text{const.}$, est une circonférence homothétique aux deux premières.

Plus généralement, le lieu des points P et Q, déterminés sur chaque sécante SAB par les conditions $AP.BQ = k^2$ et $A'P.B'Q = l^2$, se compose de deux circonférences, une pour chaque point, homothétiques aux deux premières.

Composition française (2 heures et demie).

Aux derniers jours de l'âge d'or, le Mensonge, surprenant la Vérité endormie, l'a dépouillée de sa robe blanche; il s'en est revêtu, et, sous cette parure, il se fait accueillir et fêter partout. La corruption envahit le monde. La Vérité, ainsi dépouillée, est au contraire honnie et repoussée en tous lieux. Traitée de folle, accablée d'outrages, surtout à cause de sa nudité, elle s'enfuit dans un désert.

Là, au milieu d'un buisson, elle trouve les vêtements abandonnés par le Mensonge; elle s'en couvre, reparaît dans le monde sous le nom nouveau de Fable, et tous les hommes lui sourient.