Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 4 (1885), p. 147-150

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1885_3_4__147_1>

BIBLIOGRAPHIE.

Théorie du Potentiel; par M. *Émile Mathieu*. In-4°; 1885. Prix : 9fr. Paris, Gauthier-Villars.

L'Ouvrage que je viens de faire paraître forme le troisième Volume du *Traité de Physique mathématique* que je me suis proposé de publier. Les deux premiers Volumes sont :

I. *Cours de Physique mathématique*, 1873, qui renferme la matière des leçons que j'ai faites dans un Cours complémentaire à la Faculté des Sciences de Paris en 1867-1868.

II. *Théorie de la Capillarité*, 1883.

Le troisième Volume est d'ailleurs indépendant des deux précédents.

Tous les théorèmes exposés dans mon nouvel Ouvrage ont pris leur origine dans la Physique mathématique; mais beaucoup ont été employés ensuite dans différentes recherches de Mathématiques pures et en particulier dans la théorie des fonctions d'une variable imaginaire.

Il n'est pas sans intérêt de dire quelques mots sur les premiers fondateurs de cette théorie.

Laplace est le premier qui ait considéré le potentiel; c'est la fonction V de sa *Mécanique céleste* (Ire Partie, Liv. III). Poisson ensuite, dans son célèbre Mémoire de 1811 *sur la distribution de l'électricité à la surface des corps conducteurs* et dans d'autres Mémoires publiés après, a montré le grand rôle de cette fonction dans la Physique mathématique.

Plus tard, Green a publié sur ce sujet (à Nottingham, 1828) un Mémoire très remarquable. Il semble qu'on n'y ait fait aucune attention pendant sa vie, dont la fin arriva en 1841. Mais autant on fut d'abord injuste envers lui, autant on exagéra ensuite l'importance de son travail, en lui attribuant ce qui était dû à Poisson ou à d'autres géomètres, en lui attribuant même des résultats qui n'avaient été obtenus que plus tard par Gauss. Le travail de Green est d'ailleurs entièrement inspiré par l'œuvre de Poisson.

Gauss a publié son beau Mémoire sur la théorie du potentiel en 1840 (*Œuvres de Gauss*, t. V).

Depuis cette époque, plusieurs autres géomètres ont travaillé à cette théorie.

Dans le Livre que je publie, je me suis proposé d'exposer toutes les propriétés connues du potentiel. Il s'y trouve aussi des résultats qui m'appartiennent et que j'avais déjà présentés, pour la plupart, dans des Mémoires parus dans le *Journal de Mathématiques*.

Dans le premier Chapitre, intitulé *Propriétés générales du potentiel*, je n'expose que des théorèmes connus, en général, depuis assez longtemps.

Le Chapitre II a pour titre : *Potentiel de couches de matière distribuées sur des surfaces*. Les propriétés du potentiel de ces couches sont très utiles à étudier pour l'Electrostatique, puisque l'électricité se porte, comme on sait, à la surface des corps conducteurs. J'examine, à l'occasion de la formule de la densité d'une couche, l'influence des courbures principales de la surface sur laquelle est placée la couche, si l'on ne néglige pas des termes qui sont de l'ordre de la densité de la couche multipliée par la racine carrée de son épaisseur. Notons aussi l'examen de conditions, d'après lesquelles une fonction de x, y, z peut être représentée par le potentiel de couches de matière distribuées sur des surfaces.

Dans le Chapitre III, j'étudie des fonctions qui jouissent de propriétés analogues à celles du potentiel et qu'on rencontre aussi en Physique mathématique.

1° Le *potentiel logarithmique* satisfait à la même équation aux dérivées partielles que le potentiel ordinaire, avec cette simplification, que la fonction ne dépend que des coordonnées x, y d'un point et non de la troisième z. Néanmoins la forme de la fonction se trouve changée.

2° Le *potentiel calorifique* se rencontre dans les questions de mouvement de température des corps. Au point de vue analytique, il est une généralisation du potentiel ordinaire.

3° Le *second potentiel* est ainsi appelé par rapport au potentiel ordinaire, que je désigne alors sous le nom de *premier potentiel*. Pour déduire son expression de celle du premier potentiel, il suffit de changer, dans cette dernière, l'inverse de la distance du point variable à chaque point de la masse en cette distance même. Ce potentiel est utile à considérer dans la théorie de l'élasticité des corps solides.

Le Chapitre IV a pour titre : *Comparaison de la théorie du potentiel avec celle de la chaleur*. J'entre dans différentes considérations sur les surfaces isothermes ou de niveau. J'étudie la nature des lignes nodales d'une membrane homogène et partout également tendue et aussi les propriétés du potentiel relatif aux corps cristallisés. Je signalerai encore une digression sur la différentiation par rapport à des arcs. Fort souvent, on a un très grand avantage à substituer à la méthode des coordonnées curvilignes de Lamé la méthode de la différentiation par rapport à des arcs, au moins pour faire les calculs qui doivent conduire aux formules cherchées. Ces dérivations exigent l'explication de quelques principes; car on ne peut plus intervertir sur une même fonction l'ordre de deux différentiations, sans changer la valeur du résultat. Je prouve l'utilité de cette méthode de calcul par des exemples.

Le Chapitre V a enfin pour objet : *L'attraction de différents corps dérivés des surfaces du second ordre*. J'y calcule le potentiel d'un ellipsoïde : 1° lorsqu'il est homogène; 2° lorsqu'il est composé de couches homogènes homothétiques; 3° lorsqu'il est formé de couches homogènes et homofocales. J'y détermine aussi le potentiel d'une ellipse recouverte d'une couche mince de matière et celui d'un cylindre elliptique de longueur finie. Enfin j'examine quelques questions relatives aux lignes de force.

E. MATHIEU.