

WEILL

Sur les coniques qui coupent à angle droit une conique donnée

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 3 (1884), p. 320-321

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1884_3_3_320_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1884, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**SUR LES CONIQUES QUI COUPENT A ANGLE DROIT
UNE CONIQUE DONNÉE;**

PAR M. WEILL.

Soient

$$f = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$$

et

$$\varphi = Ax^2 + 2Bxy + \dots + F = 0$$

les équations de deux coniques. Si ces deux courbes se coupent à angle droit en tous leurs points communs, on aura, entre les coordonnées x et y d'un quelconque de ces points, la relation

$$b^2x(Ax + By + D) + a^2y(Bx + Cy + E) = 0.$$

Si l'on considère, dans cette relation, x et y comme coordonnées courantes, elle représentera une conique passant par les points communs aux deux premières; donc on pourra identifier cette relation avec le polynôme $\lambda f + \mu \varphi$, ce qui donne

$$\begin{aligned} (b^2 - \mu)A &= \frac{\lambda}{a^2}, & (a^2 - \mu)C &= \frac{\lambda}{b^2}, \\ (a^2 + b^2 - 2\mu)B &= 0, \\ (b^2 - 2\mu)D &= 0, & (a^2 - 2\mu)E &= 0, & \mu F - \lambda &= 0. \end{aligned}$$

Ces équations ont quatre systèmes de solutions entières.

rement distincts, et l'on a ainsi quatre séries de coniques coupant l'ellipse $f = 0$ à angle droit; leurs équations sont, K étant une arbitraire,

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{2b^2 - a^2} + \frac{y^2}{b^2} + K.y + 1 &= 0, \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{2a^2 - b^2} + K.x + 1 &= 0, \\ \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + K.xy - \frac{b^2 - a^2}{a^2 + b^2} &= 0, \\ \frac{x^2}{a^2 + K} - \frac{y^2}{b^2 + K} - 1 &= 0. \end{aligned}$$

Les trois premières représentent respectivement des coniques passant par quatre points fixes, à distance finie ou infinie, et la quatrième des coniques homofocales à l'ellipse donnée.

On voit que, par un point du plan, on peut mener cinq coniques coupant à angle droit une conique donnée; deux d'entre elles sont les coniques homofocales à la conique donnée, et les trois autres se construisent *linéairement*.

En transformant les propriétés précédentes par rayons vecteurs réciproques, on en déduit les systèmes de courbes du quatrième degré, ayant trois points doubles communs, dont deux sont les ombilics du plan, et se coupant à angle droit.

On traiterait de la même manière le problème des coniques coupant une conique donnée sous un angle donné V ou son supplément, en tous leurs points communs; mais les formules compliquées auxquelles on arrive paraissent peu intéressantes.