NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

J. JUHEL-RÉNOY

Remarques sur la même note de M. Ibach

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 3 (1884), p. 262-263

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1884_3_3__262_0>

REMARQUES SUR LA MÊME NOTE DE M. IBACH;

PAR M. J. JUHEL-RÉNOY, à Bordeaux.

Le dernier numéro des *Nouvelles Annales* contient une Note sur l'intégration des équations simultanées

$$\frac{dy}{dx} + P_1 y + Q_1 z = v_1,$$

$$\frac{dz}{dx} + P_2 y + Q_2 z = v_2.$$

L'auteur de cette Note, M. Ibach, démontre que le système est intégrable dans le cas où la relation

$$\sqrt{\frac{P_2}{Q_1}} = e^{\int (P_1 - Q_2)\,dx}$$

est vérifiée. Le calcul est assez long; on arrive plus facilement au résultat par l'application de la méthode de d'Alembert.

Soit, en effet, l'équation

$$P_2 u^2 + (P_1 - Q_2) u - Q_1 + \frac{du}{dx} = 0,$$

de laquelle dépend l'intégration du système proposé. Cette équation sera évidemment intégrable, si les équations

$$P_2 u^2 - Q_1 = 0 \quad \text{et} \quad (P_1 - Q_2) u + \frac{du}{dx} = 0$$

sont compatibles, ce qui exige que

$$\frac{\sqrt{P_2}}{\sqrt{Q_1}} = e^{\int (P_1 - Q_2)\,dx}.$$

On retrouve ainsi le théorème énoncé par M. Ibach.

Un second cas d'intégrabilité se présente tout aussi simplement. En effet, le système proposé sera intégrable, si la valeur de u satisfait aux deux équations

$$P_2 u + (P_1 - Q_2) = 0 \quad \text{et} \quad du = Q_1\, dx,$$

ce qui entraîne la condition

$$P_2 \int Q_1\, dx = Q_2 - P_1.$$

(20 mai 1884.)