

LAQUIÈRE

**Construction géométrique des
caustiques par réflexion**

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 2
(1883), p. 74-76

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1883_3_2__74_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1883, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

**CONSTRUCTION GÉOMÉTRIQUE DES CAUSTIQUES
PAR REFLEXION;**

PAR M. LAQUIÈRE.

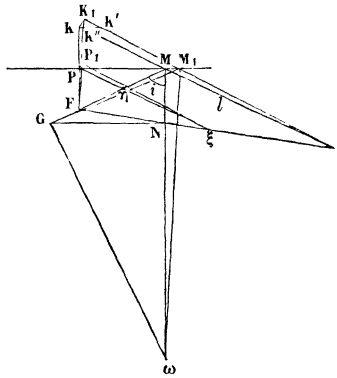
Soient F le pôle lumineux, MM , l'élément de la courbe miroir dont ω est le centre de courbure. Le point I brillant, ou contact du rayon réfléchi sur la caustique par réflexion, est le second foyer de la conique dont le

premier foyer est F' et qui a un contact du second ordre en M avec la courbe réfléchissante, c'est-à-dire ayant avec elle le point ω comme centre commun de courbure.

Si l'on projette le centre de courbure ω sur le rayon incident en G , puis la projection G elle-même en N sur la normale, en joignant le point lumineux F à cette seconde projection, la droite FN sera l'axe transverse de la conique précitée et par suite coupera le rayon réfléchi en son point de contact I avec la caustique de la courbe proposée.

Nous allons démontrer directement cette construction du point brillant, d'où l'on peut à l'inverse déduire l'élégante construction du centre de courbure sur laquelle nous nous sommes appuyé.

Soit K l'image du pôle lumineux sur la facette MM_1 , le lieu des points K sera la caustique secondaire, déve-



loppante de la caustique, lieu des points I . Elle sera par rapport au pôle l'homothétique à dimensions doubles de la podaire P du point lumineux par rapport au miroir, dont le centre de courbure ξ sera au point milieu de la droite FI , et servira à déterminer le point I .

Par F menons les parallèles FK, FK₁ aux deux normales infiniment voisines du miroir qui concourent en ω; elles détermineront, sur la perpendiculaire au rayon réfléchi, les extrémités K, K₁ de l'élément de la caustique secondaire correspondant aux dimensions de la facette MM₁. Par K menons une parallèle à la facette K K'' K' coupant FK₁ en K'' et K₁ I en K', et posons, pour simplifier l'écriture,

$$\begin{aligned} MN = n, \quad FM = r, \quad M\omega = \rho, \quad FP = \rho, \\ \widehat{FM\omega} = \widehat{\omega MI} = i, \end{aligned}$$

et cherchons la longueur MI = *l* du rayon réfléchi.

Nous avons

$$\frac{\rho}{2p} = \frac{MM_1}{KK''} = \frac{MM_1}{KK' \cos^2 i} = \frac{n}{2p} \frac{1}{\cos^2 i},$$

d'où

$$n = \rho \cos^2 i,$$

expression dont la construction géométrique donnée ci-dessus pour le point brillant I n'est que la traduction littérale.

On obtient ensuite la valeur de *l* par le rapport

$$\frac{l}{r} = \frac{n}{2p - n} = \frac{\rho \cos i}{2r - \rho \cos i}.$$

Le rayon de courbure de la podaire du point F s'en déduit et a pour valeur

$$P\xi = \frac{1}{2}(r + l) = \frac{r^2}{2r - \rho \cos i}.$$