# Questions

*Nouvelles annales de mathématiques 3e série*, tome 2 (1883), p. 431-432

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1883_3_2__431_1>

## QUESTIONS.

1469. $a$, $b$ étant des nombres entiers, la quantité

$$\frac{\left(a+\sqrt{a^2+b^2}\right)^{2n-1}+\left(-a+\sqrt{a^2+b^2}\right)^{2n-1}}{2\sqrt{a^2+b^2}}$$

est la somme de deux carrés, et aussi la somme de trois carrés $(n \gtreqless 2)$. (E. Catalan.)

**1470.** 1° $a$ étant un nombre entier positif, il y a, entre les carrés des entiers consécutifs $a$ et $a+1$, au moins un triangulaire et deux au plus.

2° Le nombre des carrés d'entiers compris entre deux triangulaires consécutifs est nul ou égal à l'unité.

3° $a$ étant un entier positif, si le nombre des triangulaires compris entre $(a+1)^2$ et $(a+2)^2$ est égal à deux, le nombre des triangulaires compris entre $a^2$ et $(a+1)^2$, ainsi que celui des triangulaires compris entre $(a+1)^2$ et $(a+2)^2$, égalera l'unité.

Voici un premier exemple de la vérification de ces énoncés :

$$1^2,\ 3,\ 2^2,\ 6,\ 3^2,\ 10,\ 15,\ 4^2,\ 21,\ 5^2,\ 28,\ 6^2.$$

(Lionnet.)

**1471.** On donne, dans un hexagone circonscriptible à un cercle, les longueurs des trois diagonales qui unissent les sommets opposés : construire cet hexagone, sachant que ces trois diagonales sont respectivement parallèles à trois côtés de l'hexagone, deux quelconques de ces côtés n'étant pas consécutifs. (E. Lemoine.)

**1472.** Soient O le centre du cercle circonscrit à un triangle ABC, et $i$ le point d'intersection des trois hauteurs du triangle ; prouver :

1° Que la distance de O à l'un quelconque des côtés est la moitié de la distance de $i$ au sommet opposé à ce côté ; et de là :

2° Que O$i$ est la résultante des trois forces égales OA, OB, OC. (Sylvester, F. R. S.)

(Extrait du journal anglais *The educational Times;* août 1883).