NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

EUGÈNE ROUCHÉ

Sur l'intersection de l'hyperboloïde de révolution et d'une droite

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 1 (1882), p. 97-98

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__97_0>

SUR L'INTERSECTION DE L'HYPERBOLOIDE DE RÉVOLUTION ET D'UNE DROITE;

PAR M. EUGÈNE ROUCHÉ.

La distance d'un point quelconque d'un hyperboloïde de révolution au plan P du cercle de gorge est proportionnelle à la longueur de la tangente menée à ce cercle par la projection du point sur le plan P; le rapport de la première ligne à la seconde est, en effet, égal à la cotangente de l'inclinaison des génératrices sur l'axe.

Si donc deux hyperboloïdes H *et* H_1 *ont leurs cercles de gorge* $S = 0$, $S_1 = 0$ *dans un même plan* P, *la projection de leur intersection sur tout plan parallèle à* P *sera* le lieu d'un point tel, que les tangentes menées de ce point aux cercles S et S_1 aient un rapport constant K, c'est-à-dire *un cercle* $S - K^2 S_1 = 0$.

Cela posé, soit H un hyperboloïde de révolution à axe vertical, (d, d') une droite quelconque, (e, e') le point où cette droite perce le plan P du cercle de gorge; prenons arbitrairement dans le plan horizontal un point ω sur la perpendiculaire ff_1 menée par e à la droite d, et désignons par H_1 l'hyperboloïde engendré par la rotation de (d, d') autour de la verticale du point ω. Le cercle de gorge de cet hyperboloïde auxiliaire sera dans le plan P; l'intersection des deux hyperboloïdes H et H_1 se projettera donc horizontalement suivant un cercle c, et les points de rencontre de ce cercle et de d seront les projections horizontales des points communs à la droite (d, d') et à l'hyperboloïde proposé H.

La méthode de Duleau (*Correspondance sur l'École*

Polytechnique, t. I, p. 438), aussi bien que la méthode du paraboloïde à trois directrices de front (que j'ai donnée le premier, je crois, dans mes cours, il y a plus de douze ans), sont fondées l'une et l'autre sur l'emploi *d'un point déterminé*, ce qui est un défaut, ce point pouvant se trouver soit trop rapproché, soit hors des limites de l'épure. La méthode précédente, d'ailleurs si simple en théorie, offre au contraire l'avantage, inhérent à toute bonne solution graphique, de laisser à l'opérateur une certaine latitude. Le point ω n'étant, en effet, astreint qu'à se trouver sur une droite déterminée ff_1, peut toujours être choisi de façon que le cercle de gorge de l'hyperboloïde auxiliaire coupe bien le cercle de gorge de l'hyperboloïde primitif. Les points communs à ces deux cercles appartiendront au cercle c, dont on déterminera ensuite deux nouveaux points, en coupant les deux hyperboloïdes par un plan horizontal convenablement choisi. (Il vaut mieux procéder de la sorte que de déterminer directement le centre du cercle c, en se fondant sur ce que le rapport de ses distances aux centres des cercles de gorge est égal à K^2.)

Si l'on tenait, malgré tout, à particulariser, on pourrait prendre ω sur la parallèle menée par la trace horizontale de (d, d') à la droite que déterminent le pied de l'axe de l'hyperboloïde H et la trace horizontale de l'une des génératrices dont la projection est parallèle à d. La quantité K, qui est égale au rapport des projections des portions de génératrices comprises entre le plan horizontal et le plan des cercles de gorge, serait alors égale au rapport des rayons R et R_1 de ces cercles, et la circonférence c deviendrait la circonférence $R_1^2 S - R^2 S_1 = 0$, dont un diamètre a pour extrémités les centres de similitude des deux cercles de gorge.