NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 1 (1882), p. 330-332

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__330_0>

CORRESPONDANCE.

Le théorème de Mécanique suivant et sa démonstration élémentaire sont bien connus.

Si, aux milieux des côtés d'un polygone plan quelconque, on applique, dans le plan de ce polygone, des forces proportionnelles aux longueurs de ces côtés, perpendiculaires à leurs directions, et dirigées toutes du dedans au dehors, ou toutes du dehors au dedans, ces forces se feront équilibre.

J'en déduis ce théorème de Géométrie, qui me semble curieux :

Soit un polygone plan quelconque et un point O *dans son plan. Les perpendiculaires abaissées de ce point sur les côtés déterminent sur chacun des côtés deux segments* (p, p_1), (p', p'_1), ...

a_1, a'_1, ... *étant les longueurs des côtés, on a l'égalité*

$$ap + a'p' + \ldots = ap_1 + a'p'_1 + \ldots.$$

Il suffit pour le démontrer de prendre par rapport au point O la somme des moments des forces qui se font équilibre suivant le premier théorème.

G. Barran,
Étudiant à la Faculté des Sciences de Bordeaux.

Dans le *Zeitschrift* de Hoffmann, j'ai lu avec le plus vif intérêt les rapports contenant les questions dues aux *Nouvelles Annales*. Permettez-moi une petite Note concernant la question suivante :

Dans le quadrilatère inscriptible et circonscriptible à *un cercle, le produit des diagonales est égal à* $\frac{8r^2\rho^2}{r^2 - d^2}$, *où r est le rayon du cercle circonscrit,* ρ *celui du cercle inscrit et d la distance des centres.*

On peut mettre cette expression sous la forme

$$2\rho(\rho + \sqrt{\rho^2 + 4r^2}),$$

en substituant la valeur de d, car

$$d^2 = r^2 + \rho^2 - \rho\sqrt{\rho^2 + 4r^2}.$$

C'est le théorème analogue à celui que Sturm a démontré pour le triangle, en 1824, dans les *Annales de Gergonne*. Si l'on veut avoir d dans la formule, on obtient par combinaison le produit des diagonales, $2(r^2 + 2\rho^2 - d^2)$.

P.-V. Sihaewen,
A Sarrebruck (Allemagne).

... Je suppose un point M lié invariablement à des axes Ox, Oy rectangulaires, dont l'un, Ox, roule sur une courbe. Soit T le point de contact; je lui fais décrire un arc de courbe déterminé, et la droite TM décrit alors une surface. *Cette surface conserve une valeur constante quand le point* M *est situé en un point quelconque d'un cercle.* Telle est la proposition à faire voir.

Soit T′ une position de T infiniment voisine, $TT' = ds$; quand on passe de T en T′, Ox tourne de l'angle de contingence $d\alpha$, T est le centre de rotation, TM vient en TM′ par une rotation $d\alpha$. La surface MM′TT′ se compose de

$$TT'M' \quad \text{ou} \quad \tfrac{1}{2} ds . y$$

et

$$MM'T \quad \text{ou} \quad \tfrac{1}{2}[y^2 + (x - s)^2]\, d\alpha.$$

Elle a pour valeur

$$\tfrac{1}{2}(x^2 + y^2)\, d\alpha + \tfrac{1}{2} y\, ds + xs\, d\alpha + \tfrac{1}{2} s^2\, d\alpha.$$

La somme intégrale de ces aires est

$$\frac{1}{2}(x^2 + y^2)\rho + \frac{1}{2}y.s + x\int_0^{\varphi} s\,d\alpha + \int \frac{1}{2}s^2\,d\alpha,$$

φ étant l'angle des deux tangentes extrêmes, s l'arc décrit par le point de contact T, $\int s\,d\alpha$ l'arc de développante décrit par le point du plan xOy coïncidant avec T à l'origine.

$\int \frac{1}{2}\,d\alpha\,s^2$ l'aire de cette développante entre la tangente extrême et la courbe donnée.

Si la somme plus haut calculée est constante, on a

$$\frac{1}{2}(x^2 + y^2)\rho + \frac{1}{2}y.s + x\int_0^{\varphi} s\,d\alpha + \int \frac{1}{2}s^2\,d\alpha = \text{const.},$$

ce qui est l'équation d'un cercle, ainsi qu'il le fallait démontrer.

J.-B. Pomey.