

Compositions données aux examens de licence dans les différentes facultés de France, en 1880 [suite]

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 1
(1882), p. 133-140

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__133_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1882, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

**COMPOSITIONS DONNÉES AUX EXAMENS DE LICENCE DANS
LES DIFFÉRENTES FACULTÉS DE FRANCE, EN 1880**

[SUITE (1)].

SESSION DE JUILLET.

Lyon.

Composition d'Analyse. — Déterminer en coordonnées curvilignes (u, v) le rayon de courbure d'une section normale à une surface.

Faire voir que ce rayon passe par un maximum et un minimum, quand on fait varier le rapport $\frac{du}{dv}$.

Composition de Mécanique. — Mouvement d'un point matériel soustrait à l'action de toute force extérieure et assujéti seulement à se mouvoir sur un ellipsoïde donné.

Épreuve pratique. — Le 17 juillet 1880, à midi moyen de Paris, la planète Mars a pour coordonnées héliocentriques :

Longitude héliocentrique	167° 5' 26", 3
Latitude.....	1° 37' 37", 8
Logarithme du rayon vecteur.....	0,2204213

Au même instant la longitude du Soleil est 115° 12' 9", 2.
On a longitude du rayon vecteur de la Terre = 0,0069929.
Déterminer la longitude et la latitude géocentriques de la planète à l'instant considéré.

Montpellier.

Composition d'Analyse. — Intégration de l'équa-

(1) *Nouvelles Annales*, 3^e série, t. I, p. 87.

tion différentielle linéaire d'ordre n à coefficients constants : 1° lorsqu'elle est privée de second membre ; 2° lorsqu'elle possède un second membre fonction de x .

Composition de Mécanique. — Mouvement d'un point matériel pesant assujéti à se trouver constamment dans un plan qui tourne uniformément autour d'un axe vertical situé dans ce plan. Le mobile éprouve en outre la résistance d'un milieu supposée proportionnelle à la vitesse.

Épreuve pratique. — Les hauteurs apparentes de deux étoiles sont respectivement égales à $48^{\circ} 0' 49''$ et $70^{\circ} 34' 9''$. Leur distance apparente est $58^{\circ} 8' 48''$:

1° Calculer les éléments nécessaires pour déterminer la distance vraie de ces étoiles ;

2° Former avec ces éléments le tableau des calculs à effectuer pour arriver à son expression numérique.

Nancy.

Composition d'Analyse. — 1° Intégrer l'équation aux différentielles partielles

$$\frac{x}{y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + (1 - y^2) \frac{\partial \varphi}{\partial z} + (a - yz) \frac{\partial \varphi}{\partial z} + (b - yu) \frac{\partial \varphi}{\partial u} = 0.$$

2° Trouver la valeur de l'intégrale définie $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$ et en conclure les valeurs des intégrales

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} x^{2n} dx, \quad \int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos 2zx dx, \quad \int_0^x \cos(x^2) dx.$$

Composition de Mécanique. — 1° En un point O de la surface de la Terre, situé à la latitude λ , on considère un plan poli P, supposé vertical et perpendiculaire au plan méridien. Un mobile pesant assujéti à demeurer

dans le plan P est lancé du point O avec une vitesse initiale donnée.

Étudier le mouvement du mobile dans le plan P, en tenant compte de la rotation de la Terre. Calculer la réaction du plan.

2° Un corps solide dont deux points sont fixes est en équilibre sous l'action de forces données. Rechercher les pressions supportées par les deux points fixes.

Épreuve pratique. — Résolution d'un triangle sphérique.

Poitiers.

Composition d'Analyse. — Trouver les courbes telles que, si par le point N où une normale quelconque MN rencontre l'axe Ox on mène une parallèle à la tangente en M, cette droite passe par un point A donné sur l'axe Oy.

Trouver les trajectoires orthogonales de ces courbes.

Composition de Mécanique. — Un point matériel, non pesant, est lancé avec une vitesse v_0 , parallèlement à une droite fixe vers laquelle il est attiré avec une force proportionnelle à la distance et dont la valeur est μ à l'unité de distance; il éprouve en outre, de la part du milieu dans lequel il se meut, une résistance proportionnelle à sa vitesse et dont la valeur est $2k$ pour une vitesse égale à l'unité.

Étudier les divers cas que peut présenter le mouvement de ce point suivant les grandeurs relatives de $\sqrt{\mu}$ et de k .

Épreuve pratique. — Quels seront, le 18 juillet

1880, l'azimut et la distance zénithale d'Arcturus, l'heure sidérale étant 18^h.

Latitude de Poitiers.....	46° 34' 55"
Ascension droite d'Arcturus.....	14 ^h 10 ^m 13 ^s ,97
Déclinaison boréale.....	19° 48' 21",7

Toulouse.

Composition d'Analyse. — 1^o On considère la surface représentée en coordonnées rectangulaires par l'équation

$$zx^2 = ay^2,$$

a étant une constante. Trouver ses lignes asymptotiques.

2^o Intégrer l'équation différentielle linéaire

$$\frac{d^4y}{dx^4} + 2a^2 \frac{d^2y}{dx^2} + a^4 y = \cos ax,$$

où a est une constante.

Composition de Mécanique. — Soit un fil l , inextensible et sans poids, aux extrémités duquel sont attachées deux petites masses pesantes m, m' ; l'une d'elles m' glisse sur un plan horizontal fixe PQ, tellement placé que le fil $aABb$ s'enroule sur un cylindre droit par un quart de cercle AB, ce cylindre tournant autour d'un axe horizontal passant par le centre O de la circonférence AB. On demande la loi du mouvement de chacune des masses m, m' et du cylindre, ainsi que les tensions des brins de fil aA, Bb .

On tiendra compte du frottement de glissement de la masse m' sur le plan PQ et de la résistance de l'air, résistance que l'on supposera proportionnelle au carré de la vitesse angulaire de rotation du cylindre.

Épreuve pratique. — Résoudre un triangle sphérique géodésique, connaissant deux côtés b , c et l'angle compris A .

Rennes.

Composition d'Analyse. — 1° Trouver une courbe telle que l'angle MOT sous lequel on voit d'un point donné O la portion MT de tangente à cette courbe comprise entre le point de contact M et une droite fixe DD' soit constant.

2° C étant le point de rencontre du rayon vecteur OM avec la droite CC' parallèle à DD' et menée à égale distance du point O et de cette droite, trouver le lieu géométrique du point P conjugué harmonique du point C par rapport aux deux points O et M , et conclure de là une manière simple de déduire les points de la courbe en question d'une courbure connue, ainsi que la construction de la tangente.

Examiner spécialement le cas où l'angle MOT est égal à 90° .

Composition de Mécanique. — Définir le mouvement tautochrone. Un point sollicité par une force qui ne dépend que de la position ayant un mouvement rectiligne tautochrone, donner l'expression de cette force.

Expression de la composante tangentielle dans le mouvement tautochrone curviligne. Détermination de la courbe tautochrone dans le cas d'un point pesant, et étude de ce mouvement.

Épreuve pratique. — Épure : intersection d'un paraboloïde de révolution et d'un plan.

Clermont.

Composition d'Analyse. — Donner une méthode pour avoir les courbes dans lesquelles le rayon de cour-

bure ρ est une fonction donnée de l'angle α que la tangente à la courbe fait avec une direction fixe

$$\rho = f(\alpha).$$

Application aux cas où $f(\alpha) = a \cos \alpha$, $f(\alpha) = \frac{a}{\cos^2 \alpha}$.

Composition de Mécanique. — Théorie du mouvement d'un corps solide autour d'un axe fixe. Cas où le corps se réduit à trois points de masses m , m' , m'' , situés sur une même perpendiculaire à cet axe.

Épreuve pratique. — En un lieu de la Terre, on observe l'azimut α d'une étoile à son lever et sa hauteur méridienne h . On demande la latitude du lieu et la déclinaison de l'étoile.

Dijon.

Composition d'Analyse. — Exposer une méthode permettant de déduire l'intégrale générale d'une équation différentielle linéaire d'ordre quelconque de celle de la même équation privée de son second membre. Appliquer cette méthode à l'intégration de l'équation

$$\frac{d^2 u}{dx^2} - 6 \frac{du}{dx} + 9u = \frac{9x^2 + 6x + 2}{x^3}.$$

Composition de Mécanique. — Soient trois axes coordonnés rectangulaires Ox , Oy , Oz , l'axe des z étant vertical et dirigé vers le haut ; on considère un parabolôïde de révolution ayant pour équation

$$z = \frac{x^2 + y^2}{2a}.$$

Un point matériel pesant mobile sur la surface est repoussé par l'axe Oz proportionnellement à la distance. Étudier le mouvement du point, sachant que les coor-

(139)

données initiales du mobile sont

$$x_0 = a, \quad y_0 = 0, \quad z_0 = \frac{a}{2},$$

et les projections de la vitesse initiale

$$(v_x)_0 = 0, \quad (v_y)_0 = b, \quad (v_z)_0 = 0, \quad b > 0.$$

Former l'équation différentielle de la projection de la trajectoire sur le plan des xy , et discuter cette courbe dans les cas où elle a des branches infinies.

Épreuve pratique. — L'excentricité d'une planète étant supposée égale à $\frac{1}{4}$, calculer l'anomalie vraie et l'anomalie moyenne correspondant à une anomalie excentrique égale à

$$30^\circ 19' 24'', 54.$$

SESSION DE NOVEMBRE.

Marseille.

Composition d'Analyse. — 1° Recherche des lignes asymptotiques et des lignes de courbure de la surface

$$z = mxy.$$

2° Angles sous lesquels les premières lignes sont coupées par les secondes.

3° Courbes suivant lesquelles ces deux sortes de lignes se projettent sur le plan des xy .

Composition de Mécanique. — Un point M non pesant est mobile dans un canal circulaire poli; ce point est sollicité par une force perpendiculaire à un diamètre fixe AB de ce cercle et proportionnelle à la

distance du point M à ce diamètre. Trouver le mouvement du point M.

Épreuve pratique. — Résolution d'un triangle sphérique, connaissant les trois côtés.

Besançon.

Composition d'Analyse. — On demande de calculer la surface détachée sur une des nappes d'un cône de révolution par un plan sécant donné.

Composition de Mécanique. — Mouvement d'un pendule dans un milieu résistant, en supposant la résistance proportionnelle à la vitesse. Cas des petites oscillations.

Épreuve pratique. — Épure de Géométrie descriptive.
(*A suivre.*)