LAQUIÈRE

Sur un théorème de Pappus (voir 2e série, t. XX, p. 337)

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 1 (1882), p. 110

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__110_0>

SUR UN THÉORÈME DE PAPPUS

(voir 2ᵉ série, t. XX, p. 337);

Extrait d'une lettre de M. LAQUIÈRE.

.... Je reviens à la question dont la démonstration naturelle est essentiellement géométrique. Je serais infiniment surpris que mon raisonnement, qui saute aux yeux à simple énoncé, ne fût pas celui de Pappus lui-même, et que ce géomètre n'eût pas vu, sinon énoncé, la généralisation.

Si des masses égales m partent en même temps des sommets successifs 1, 2, 3, ..., *n d'un polygone fermé, pour en parcourir dans le même sens les côtés avec des vitesses proportionnelles aux longueurs de ces derniers, le centre de gravité des n masses mobiles restera fixe.*

Soit M la position de la masse m à un moment donné sur le côté AB qu'elle partage en longueurs proportionnelles à t et $\theta - t$, en désignant par θ et t les durées des courses AM et AB. La masse m aura même centre de gravité que deux masses $m\,\frac{\theta - t}{\theta}$ et $m\,\frac{t}{\theta}$ placées la première en A et la seconde en B. Si l'on opère de même sur les n masses mobiles, on voit qu'à chaque instant le centre de gravité du système est le même que celui de $2n$ masses distribuées uniformément aux sommets du polygone, dont chacun supporterait les masses $m\,\frac{t}{\theta}$, provenant du mobile de gauche, et $m\,\frac{\theta - t}{t}$, provenant du mobile de droite, si le mouvement est de gauche à droite, c'est-à-dire supporterait la masse constante m. Il est donc invariable. C. Q. F. D.