CRETIN

Sur l'équation de Hesse aux points d'inflexion

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 20 (1881), p. 131-132

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1881_2_20__131_1>

SUR L'ÉQUATION DE HESSE AUX POINTS D'INFLEXION;

PAR M. CRETIN,
Professeur de Mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis

En vertu des identités d'Euler sur les fonctions homogènes, si deux fonctions ont des dérivées secondes respectivement égales, pour un système de valeurs des variables, les fonctions elles-mêmes et leurs premières dérivées sont respectivement égales à un facteur numérique près.

Soit $f(x, y) = 0$ l'équation d'une courbe algébrique; l'équation qui détermine les points d'inflexion ne renferme que les dérivées premieres et secondes de la fonction f.

Considérons sur la courbe un point de coordonnées x et y, les dérivées secondes de la fonction f (rendue homogène) pour le point considéré, et la conique dont l'équation est

$$X^2 f'_{x^2} + 2XY f''_{xy} + Y^2 f''_{y^2} + 2X f''_{xz} + 2Y f'_{yz} + f''_{z^2} = 0.$$

Les coefficients sont précisément les dérivées secondes du premier membre, au facteur 2 près. Donc la conique passe par le point considéré, et, pour ce point, les dérivées premières et secondes du premier membre de l'équation de la conique sont égales, à un facteur constant près, aux mêmes quantités relatives à la première courbe. Donc le point (x, y) sera simultanément un point d'inflexion sur la courbe et sur la conique. Or, la condition pour que le point soit d'inflexion sur la conique est qu'elle se réduise à deux droites. C'est donc que l'on ait

$$\begin{vmatrix} f''_{x^2} & f''_{xy} & f''_{xz} \\ f''_{xy} & f''_{y^2} & f''_{yz} \\ f''_{xz} & f''_{yz} & f''_{z^2} \end{vmatrix} = 0.$$