NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Remarque sur la composition de mathématiques proposée en 1879 pour l'admission à l'École polytechnique

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 19 (1880), p. 331-332

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__331_1>

REMARQUE SUR LA COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES PROPOSÉE EN 1879 POUR L'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE ;

PAR UN ABONNÉ.

1. Étant donnés une conique K et un point O situé sur cette conique, on sait que, si l'on fait tourner les côtés d'un angle droit ayant pour sommet le point O et si, aux points où ils rencontrent la courbe, on lui mène des tangentes, le point de rencontre de ces tangentes décrit une droite Δ.

Cette droite Δ (que l'on peut appeler l'adjointe du point O relativement à la conique) peut se déterminer de la façon suivante :

Par le point O, menons deux droites isotropes coupant la courbe aux points i et j : la droite ij est l'adjointe du point O.

Pour le démontrer, il suffit de remarquer qu'une droite isotrope est perpendiculaire à elle-même.

2. Soient une conique donnée C, ayant pour centre le point O, et un point fixe M ; on considère un diamètre quelconque de la conique ; par ses extrémités et le point M on mène un cercle dont le centre décrit, quand le diamètre tourne autour du point O, une conique K passant par le point O.

Il s'agit de trouver l'adjointe du point O relativement à K.

Soit OI une droite isotrope passant par le point O; le cercle passant par les extrémités de ce diamètre et par le point M se compose d'abord de OI et de la droite isotrope de système opposé MI que l'on peut mener par le point M. Le point de rencontre p de ces deux droites, étant le centre du cercle, est sur la courbe K.

Semblablement, si l'on considère les deux autres droites isotropes OJ et MI qui passent respectivement par les points O et M et qui se coupent au point q, on voit que q est sur la conique K.

Les points p et q sont donc les intersections de K avec les droites isotropes qui se croisent au point O; pq est donc l'adjointe du point O.

Il est visible d'ailleurs que la droite pq passe par le milieu du segment OM et est perpendiculaire à ce segment; la proposition énoncée dans le sujet de la composition est donc démontrée.