Nouvelles annales de mathématiques

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 19 (1880), p. 138-143

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__138_1>

BIBLIOGRAPHIE.

Cours de Géométrie descriptive de l'École Polytechnique, comprenant les éléments de Géométrie cinématique; par M. *Mannheim*. Paris, Gauthier-Villars; 1880.

Cet important Ouvrage, que nous essayerons d'analyser sommairement, vient combler une véritable lacune et est appelé, selon nous, à faire sensation dans le monde savant et dans le monde enseignant spécialement.

Bien que l'auteur se soit imposé de suivre exactement le programme de son Cours à l'École Polytechnique, son Livre ne ressemble en rien à ceux qui ont pu le précéder et traiter avant lui des mêmes matières. Le cadre, si l'on veut, est bien le même, mais ce qu'il renferme est essentiellement nouveau. D'ailleurs, par des suppléments très développés ajoutés à la fin de chaque Chapitre, M. Mannheim s'accorde la latitude nécessaire pour s'étendre longuement sur les théories qu'il n'aurait pu introduire dans les limites un peu étroites du programme.

La première Partie de l'Ouvrage est consacrée à l'étude des différents procédés employés pour la représentation graphique des objets. La méthode élémentaire des *projections orthogonales* étant supposée connue, les modes de représentation étudiés sont la *projection cotée*, la *perspective conique*, la *perspective cavalière*, enfin les *perspectives isométrique* et *axonométrique*.

Cette première Partie est, bien entendu, la moins originale. L'auteur, comme il le dit dans sa Préface, a conservé sans changement le *trait de perspective* exposé par son prédécesseur, M. de la Gournerie dans son excellent *Traité de perspective linéaire*. Çà et là cependant, quelques démonstrations nouvelles, quelques échappées sur la Géométrie pure portent bien le caractère de leur auteur. Je citerai notamment à la perspective cavalière du cercle (p. 119) une ingénieuse construction des axes de l'ellipse perspective, et plus loin (p. 126) d'intéressantes conséquences déduites de la perpective cavalière de la sphère.

J'arrive rapidement à la seconde Partie, à la partie vraiment neuve de l'Ouvrage.

Cette seconde Partie est, à proprement parler, un complément de Géométrie pure; elle comprend l'étude des courbes planes et gauches et la théorie de la courbure des surfaces, ainsi que de nombreuses applications. M. Mannheim y a réuni et présenté pour la première fois, sous forme didactique, un ensemble de théorèmes qui constitue ce qu'il appelle très exactement la *Géométrie cinématique*, et c'est à l'aide de ces théorèmes généraux qu'il aborde et résout géométriquement les principales questions relatives aux courbes et aux surfaces.

La *Cinématique* étant cette branche de la Mécanique qui traite du mouvement, abstraction faite des causes qui le produisent, on conçoit que parmi les théorèmes qu'elle démontre il peut y en avoir qui soient indépendants de la quatrième variable, du temps. Ces résultats, purement géométriques, mais obtenus au moyen de déplacements, forment une partie de la *Géométrie cinéma-*

tique. Mais la Géométrie cinématique renferme quelque chose de plus.

Comme le dit très justement M. Resal [1] : « La Géométrie cinématique de M. Mannheim n'est pas simplement la partie géométrique de la Cinématique, telle qu'on l'étudiait jusqu'ici ; elle comprend en outre les figures mobiles de forme variable, ainsi que la recherche des propriétés relatives aux figures de forme invariable pour lesquelles le déplacement n'est pas absolument défini et dont, avant M. Mannheim, on ne s'était jamais occupé. »

Parmi les principaux théorèmes qui constituent ce corps de doctrine, nous citerons les belles propriétés démontrées par M. Chasles sur les foyers et les caractéristiques des plans et sur les droites conjuguées, le théorème général dû à M. Mannheim lui-même et relatif au déplacement d'une figure assujettie à quatre conditions (p. 261), les propriétés des *pinceaux* et celles des *normalies,* c'est-à-dire des surfaces gauches formées par les normales à une même surface (p. 265 et suivantes).

C'est, comme nous l'avons dit, la première fois que ces importants résultats, épars dans de nombreux Mémoires, sont réunis, présentés sous une forme claire et simple, et définitivement introduits dans l'enseignement.

Nous n'avons qu'un regret : c'est que les nécessités du programme aient obligé l'auteur à couper, par de nombreuses applications, cette suite de théorèmes, dont l'enchaînement et la belle unité seraient plus visibles encore s'ils formaient une suite ininterrompue.

Au moyen des résultats de la Géométrie cinématique,

---

(1) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* 19 décembre 1879.

M. Mannheim démontre avec une grande élégance les théorèmes généraux sur les surfaces, tels que ceux de Meusnier, d'Euler et celui de Charles Dupin sur les surfaces orthogonales.

A côté de cette théorie de la courbure des surfaces vient celle des classes de surfaces particulières, surfaces développables, surfaces réglées, surfaces de révolution, puis l'étude détaillée de quelques surfaces importantes, comme les hélicoïdes, le biais passé gauche et enfin la surface de l'onde, à laquelle tout un Chapitre (p. 237) est consacré. Nous appellerons spécialement l'attention sur la démonstration extrêmement ingénieuse qui fournit la construction des points de cette surface, définie d'abord par ses plans tangents (p. 242). Dans le supplément de la vingt-deuxième Leçon, l'auteur revient encore sur la surface de l'onde et donne la construction de ses centres de courbure principaux, ainsi que la détermination des ombilics.

Enfin les propriétés des courbes d'ombres se déduisent sans difficulté de l'étude générale des surfaces et conduisent à des constructions simples pour les points de la courbe et sa tangente dans les principaux cas que l'on a à étudier.

Tel est, très en résumé, le contenu de cette seconde Partie, où l'on trouvera un nombre considérable de théorèmes nouveaux, démontrés ou énoncés simplement, et aussi de précieuses indications bibliographiques à la fin, pour ainsi dire, de chaque Chapitre.

Maintenant, après avoir analysé sommairement la substance de l'Ouvrage, nous voudrions caractériser en quelques mots l'esprit de ses méthodes et de ses démonstrations.

Ceux qui, sortant de la Géométrie des anciens, aborderont pour la première fois cette Géométrie moderne éprouveront sans doute quelque chose d'analogue au sentiment de celui qui, habitué aux lignes régulières et classiques de l'architecture grecque, se trouverait pour la première fois en face d'un spécimen de l'architecture gothique avec ses combinaisons imprévues et ses sveltes élégances. Dans les démonstrations il y a souvent de l'inattendu, de la surprise. Ce ne sont pas ces voies droites et battues où l'on sent que chaque pas vous rapproche du terme à atteindre. On aborde avec l'auteur des chemins nouveaux où, le suivant de confiance, on se trouve soudainement transporté au but ([1]).

C'est là ce qui fait qu'il est essentiel de se familiariser pendant quelque temps avec ces ingénieuses méthodes, qui, souvent, surprendront au premier abord.

En somme, le *Cours de Géométrie* de M. Mannheim vient combler, comme nous le disions d'abord, une lacune des plus importantes. Lorsque l'enseignement de la Géométrie fut institué à l'École Polytechnique, ce devait être évidemment, non un Cours de science pure, mais simplement un Cours d'applications.

Les découvertes encore récentes dues aux grands savants du siècle dernier avaient donné aux méthodes analytiques un si prodigieux essor, qu'on en était venu à envisager le calcul comme l'outil scientifique par excellence et à négliger tout autre procédé d'investigation. Sans faire ici la critique de l'Analyse, sans nier la puissance et la généralité de ses méthodes, il est permis de trouver excessif cet engouement qui expropriait tout à son profit.

D'abord il est incontestable, et les découvertes géométriques récentes l'ont assez prouvé, que dans une foule de recherches la Géométrie pure conduit à des solutions plus simples, plus rapides que celles de l'Analyse propre-

---

([1]) *Voir*, à l'appui de ce que j'avance, les très remarquables et ingénieuses démonstrations des théorèmes d'Euler et de Meusnier.

ment dite : il suffit de rappeler, en dehors de l'Ouvrage de M. Mannheim, les beaux travaux de Poncelet et de M. Chasles pour s'en convaincre.

Ensuite, et c'est là le point capital, on ne saurait trop insister sur la pensée si juste exprimée par Lamé et que M. Mannheim cite à la fin de sa Préface :

Les études suivies à l'École Polytechnique sont loin d'être uniquement destinées à faire connaître une suite de calculs, de formules, de figures, de phénomènes physiques et chimiques; leur utilité principale est d'exercer cette faculté de l'intelligence à laquelle on donne le nom de raisonnement.

C'est là, effectivement, le vrai caractère de l'École Polytechnique, et il n'est pas inutile d'y insister, à un moment où cette École, en butte à de nombreuses et injustes attaques, est souvent critiquée dans son principe même et faussement comparée à l'École Normale, dont le but, tout autre, est de former exclusivement des professeurs et des savants.

En nous plaçant donc à ce point de vue, qui doit être, selon nous, celui de l'enseignement de l'École, nous trouverions extrêmement regrettable que, fidèle aux programmes primitifs, on ne développât point ce côté purement géométrique de l'enseignement, car ce qui fait précisément le caractère de la Géométrie pure, c'est la profonde variété de ses méthodes, contrairement à l'Analyse qui, par des procédés uniformes, arrive à résoudre les problèmes les plus divers et en vient souvent à transformer les opérations du raisonnement en un travail presque mécanique.

A ce point de vue, l'Ouvrage de M. Mannheim nous paraît infiniment intéressant. Il montre ce que peut et doit devenir, selon nous, l'enseignement de la Géométrie à l'École Polytechnique.

P. Haag.