NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

LANNES

Question du concours général (année 1878). Rhétorique

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 18 (1879), p. 310-311

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1879_2_18__310_0>

QUESTION DU CONCOURS GÉNÉRAL (ANNÉE 1878)

(voir p. 233);

Rhétorique.

SOLUTION DE M. LANNES,
Élève en Mathématiques élémentaires au lycée de Tarbes.

Déterminer sur un diamètre AB *d'une sphère, de rayon* R, *un point tel que, si l'on mène par ce point un plan perpendiculaire à ce diamètre, la surface de la zone sphérique limitée par ce plan et contenant le point* A *soit équivalente à la surface latérale d'un cône qui a pour base le cercle d'intersection de la sphère et du plan, et pour sommet le point* B. *Cela étant, calculer le rapport du volume du cône à celui de la sphère.*

Soit x la distance CP du centre C de la sphère au plan sécant.

La surface de la zone et la surface latérale du cône auront respectivement pour valeurs

$$2\pi R\,(R-x) \text{ et } \pi\sqrt{2R\,(R+x)\,(R^2-x^2)}.$$

En égalant ces deux expressions, il vient

$$2R\,(R-x)=\sqrt{2R\,(R+x)\,(R^2-x^2)};$$

d'où

$$\sqrt{2R\,(R-x)}\left[\sqrt{2R\,(R-x)}-(R+x)\right]=0,$$

équation qui est vérifiée par $x=R$, et par

$$x=R\left(-2\pm\sqrt{5}\right).$$

La seule valeur de x admissible est $R\left(\sqrt{5}-2\right)$.

Il est à remarquer que BP est la plus grande partie du diamètre AB, divisé en moyenne et extrême raison.

Le volume du cône est, dans ce cas, égal à

$$\frac{4}{3}\pi \, . \, R^3 (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} - 1),$$

et le volume de la sphère est égal à $\frac{4}{3}\pi . R^3$; donc le rapport du volume du cône à celui de la sphère est égal à

$$(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} - 2).$$

Note. — La même question a été résolue par MM. Robaglia et Leinchugel.