Nouvelles annales de mathématiques

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 17 (1878), p. 516-519

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1878_2_17__516_0>

CORRESPONDANCE.

1. M. *C. Landré*, ancien répétiteur de Mathématiques à l'Université d'Utrecht, actuellement professeur à Dordrecht (Pays-Bas), nous communique une Note assez étendue sur l'application des coordonnées *trilinéaires* à diverses questions relatives à la distance d'un point à une droite, et à la distance de deux droites parallèles, définies par des équations données.

Les observations et solutions de M. Landré sont sans aucun doute bien exactes; mais les formules en coordonnées trilinéaires, auxquelles ces questions conduisent, sont loin d'être aussi simples que celles qu'on obtient, en résolvant les mêmes questions, au moyen des coordonnées *cartésiennes*.

2. M. *A. Goldenberg*, professeur de Mathématiques à Moscou, donne de la question 1255 (*voir* p. 430) une solution entièrement fondée sur la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables, et il en conclut ce théorème :

Soient M *un point pris dans le plan d'un triangle* ABC, *à une distance* R_1 *du centre du cercle circonscrit au triangle, et* P_1, P_2, P_3 *les pieds des perpendiculaires abaissées du point* M, *sur les côtés* BC, CA, AB; *le rapport de l'aire du triangle* $P_1P_2P_3$ *à celle du triangle* ABC *est exprimé par la formule* $\frac{R^2 - R_1^2}{4R^2}$, *dans laquelle* R *désigne le rayon du cercle circonscrit au triangle.*

Quand $R_1 = R$, l'aire du triangle $P_1P_2P_3$ s'annule, ou, ce qui revient au même, les points P_1, P_2, P_3 sont en ligne droite; c'est la droite dite de *Simpson*.

3. Une lettre anonyme, qui nous est adressée d'une ville du Danemark, contient la solution suivante de la question du Concours d'agrégation, déjà résolue (numéro de juillet, p. 516) :

« *On donne la longueur de la bissectrice de l'angle* A *d'un triangle* ABC, *et la somme des deux côtés* AB, AC *qui comprennent cet angle : on demande d'étudier la variation de la surface du triangle, ainsi que les variations de l'angle* A *et des côtés* AB, AC.

» Soient y, z les deux côtés de l'angle A ; α la bissectrice ; D le point où elle rencontre BC ; s la somme $y+z$, et d la différence $y-z$, en supposant $y \geqq z$.

» Les surfaces des triangles ADB, ADC, et de leur somme S = ABC, donnent l'équation

$$\frac{1}{2}\alpha(y+z)\sin\frac{A}{2} = \frac{1}{2}yz\sin A = yz\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2},$$

et la solution immédiate

$$\cos\frac{A}{2} = \frac{\alpha s}{2yz} = \frac{2\alpha s}{s^2-d^2};$$

$$S = \frac{1}{2}\alpha s\sin\frac{A}{2} = \frac{1}{2}\alpha s\sqrt{1-\frac{4\alpha^2 s^2}{(s^2-d^2)^2}};\quad \left.\begin{matrix} y \\ z \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}(s \pm d).$$

» La discussion est très-facile. L'angle A et la surface S obtiennent leur *maximum* pour

$$d = 0;\quad \cos\frac{A}{2} = \frac{2\alpha}{s};\quad S = \frac{1}{2}\alpha\sqrt{s^2-4\alpha^2};\quad y = z = \frac{s}{2};$$

et leur minimum pour

$$\cos\frac{A}{2} = 1;\quad A = 0;\quad d^2 = s^2 - 2\alpha s;$$

$$S = 0;\quad \left.\begin{matrix} y \\ z \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}\left(s \pm \sqrt{s^2-2\alpha s}\right).$$

» Pour $\alpha = \frac{s}{2}$, il n'y a qu'une seule solution du problème; et, pour $\alpha > \frac{s}{2}$, aucune. »

4. *Extraits d'une lettre de M. Catalan.*

» 1° La *conique des neuf points* (*voir* p. 281) est mentionnée (sauf la dénomination) dans le *Manuel des Candidats à l'École Polytechnique* (t. I, p. 479); le centre de cette conique est le milieu commun des droites qui joignent les milieux des côtés opposés, ou les milieux des diagonales, du quadrilatère formé par les points donnés (*loc. cit.*) ».

» 2° *Remarque sur le nombre* 10 (*voir* p. 429) :

» Le nombre 10 est la somme des carrés des deux nombres impairs consécutifs; le carré de 10 est la somme des carrés de deux nombres pairs consécutifs; d'autres nombres jouissent-ils des mêmes propriétés (*)? »

5. M. *Albert Lacazette,* élève du Lycée de Bordeaux, démontre, par un calcul assez simple, la proposition 1276 (*voir* p. 477), et il observe qu'on démontrerait de même que la puissance d'un point quelconque O de l'espace, par rapport à la sphère circonscrite à un tétraèdre ABCD, a pour expression

$$\frac{a^2\,\mathrm{OBCD} + b^2\,\mathrm{OACD} + c^2\,\mathrm{OABD} + d^2\,\mathrm{OABC}}{\mathrm{ABCD}},$$

a, b, c, d étant les longueurs des droites OA, OB, OC, OD; et les volumes OBCD, ... recevant des signes convenables.

6. La question 1265 a été résolue par M. *Eugène*

(*) *Voir*, p. 521, une réponse à cette question.

Delmas, élève du lycée de Lyon; la question 1271, par M. *Cottereau*, élève du lycée Charlemagne; et les questions 1271, 1274, par M. *Pisani*.