

ÉDOUARD LUCAS

**Questions de géométrie tricirculaire  
et tétrasphérique**

*Nouvelles annales de mathématiques 2<sup>e</sup> série*, tome 15  
(1876), p. 501-503

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1876\\_2\\_15\\_\\_501\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1876_2_15__501_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1876, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

---

**QUESTIONS**  
**DE GÉOMÉTRIE TRICIRCULAIRE ET TETRASPHERIQUE;**

PAR M. ÉDOUARD LUCAS.

---

1. Si l'on désigne par  $x, y, z$  les puissances d'un point du plan par rapport à trois cercles, divisées respectivement par le diamètre de chaque cercle, et par  $A, B, C$  les angles de ces cercles entre eux, faire voir que le cercle orthogonal des cercles donnés a pour équation

$$\begin{vmatrix} 1 & \cos C & \cos B & x \\ \cos C & 1 & \cos A & y \\ \cos B & \cos A & 1 & z \\ x & y & z & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

2. Si l'on désigne par  $S$  l'aire du triangle des cen-

tres des trois cercles, et par R le rayon du cercle orthogonal, on a

$$4R^2S^2 = -r_1^2 r_2^2 r_3^2 \begin{vmatrix} 1 & \cos C & \cos B \\ \cos C & 1 & \cos A \\ \cos B & \cos A & 1 \end{vmatrix}.$$

3. L'ensemble des cercles passant par trois des six points d'intersection des trois cercles donnés a pour équation

$$\frac{\cos(B \pm C) - \cos A}{x} + \frac{\cos(C \pm A) - \cos B}{y} + \frac{\cos(A \pm B) - \cos C}{z} = 0.$$

Cette équation devient du *seizième* degré en coordonnées cartésiennes.

4. Le couple des cercles tangents à la fois, soit intérieurement, soit extérieurement, au tricycle de référence a pour équation

$$\sin \frac{A}{2} \sqrt{x} + \sin \frac{B}{2} \sqrt{y} + \sin \frac{C}{2} \sqrt{z} = 0.$$

5. Le carré du rayon du cercle orthogonal à trois cercles est la moyenne harmonique des produits des rayons des cercles tangents du même couple.

6. Quelles sont les conditions pour que l'équation

$$(1) \quad Ax^2 + A'y^2 + A''z^2 + 2B_j z + 2B'zx + 2B''xy = 0$$

représente un système de deux cercles. Faire voir que ces conditions sont identiques avec celles qui expriment que l'équation (1) représente un cône de révolution dans un système d'axes faisant entre eux les angles sous lesquels se coupent les trois cercles. Calculer les rayons et

( 503 )

l'angle des cercles du système, et la position des points limites.

7. Donner des résultats analogues pour la Géométrie de l'espace (\*).

---