NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

C. MOREAU

# Questions

*Nouvelles annales de mathématiques 2e série*, tome 14 (1875), p. 527-528

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__527_1>

## QUESTIONS

PROPOSÉES PAR M. C. MOREAU,
Capitaine d'Artillerie, à Calais.

**1.** Démontrer les formules

$$1+\left(\frac{n}{1}\right)^2+\left[\frac{n(n-1)}{1.2}\right]^2+\left[\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\right]^2+\ldots=\frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma^2(n+1)},$$

$$1-\left(\frac{n}{1}\right)^2+\left[\frac{n(n-1)}{1.2}\right]^2-\left[\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\right]^2+\ldots$$
$$=\cos\frac{n\pi}{2}\,\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma^2\left(\frac{n}{2}+\ \right)},$$

$$1-\frac{n^2}{1^2}+\frac{n^2(n^2-1)}{1^2.2^2}-\frac{n^2(n^2-1)(n^2-4)}{1^2.2^2.3^2}+\ldots=\frac{\sin n\pi}{n\pi},$$

et indiquer entre quelles limites elles sont exactes.

(*) LEGENDRE, *Théorie des Nombres*, t. II, p. 126.

2. Dans quels cas peut-on aussi représenter sous forme finie la série

$$1 + \frac{n^2}{1^2} + \frac{n^2(n^2-1)}{1^2.2^2} + \frac{n^2(n^2-1)(n^2-4)}{1^2.2^2.3^2}$$
$$+ \frac{n^2(n^2-1)(n^2-4)(n^2-9)}{1^2.2^2.3^2.4^2} + \ldots ?$$

3. Faire voir que, dans le produit limité

$$(1+xr)(1+x^2r)(1+x^3r)\ldots(1+x^nr),$$

le coefficient de $z^k$ est égal à

$$x^{\frac{k(k+1)}{2}} \frac{(1-x^n)(1-x^{n-1})\ldots(1-x^{n-k+1})}{(1-x)(1-x^2)\ldots(1-x^k)}.$$

Si, pour $x < 1$, $n$ augmente indéfiniment, on obtient le développement d'Euler. Pour $x = 1$, on retrouve la formule du binôme.