Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 14 (1875), p. 431-432

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__431_1>

QUESTIONS.

1183. Vérifier que

$$\begin{aligned}\Sigma a^2 \Sigma a'^2 \Sigma a''^2 = & [a \Sigma a' a'' + a' \Sigma a a'']^2 \\ & + [b \Sigma a' a'' + b' \Sigma a a'']^2 \\ & + [c \Sigma a' a'' + c' \Sigma a a'']^2 \\ & + [\Sigma (bc' - cb') a'']^2,\end{aligned}$$

les neuf quantités a, b, c, a', b', c', a'', b'', c'' étant assujetties à la seule condition

$$aa' + bb' + cc' = 0 \ (*).$$

Cette *identité* donne, par exemple, la décomposition suivante

$$(2^2+3^2+4^2)(4^2+4^2+5^2)(1^2+2^2+3^2)=74^2+71^2+112^2+9^2.$$

(Catalan).

(*) Pour y satisfaire, il suffit, comme on sait, de prendre

$$a' = a\gamma - c\beta, \quad b' = c\alpha - a\gamma, \quad c' = a\beta - b\alpha.$$

1184. Soit

$$(1)\qquad \begin{cases} X = ax + by + cz + dt, \\ Y = a_1x + b_1y + c_1z + d_1t\,; \end{cases}$$

si $a, b, c, d, a_1, b_1, c_1, d_1$ sont des fonctions données d'un paramètre arbitraire, la droite mobile

$$X = 0, \quad Y = 0$$

engendrera une surface réglée; *l'équation de la surface du second ordre passant par trois droites infiniment voisines de la surface engendrée sera*

$$(2)\qquad \begin{vmatrix} a & b & c & d & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & 0 & 0 \\ a' & b' & c' & d' & X & 0 \\ a'_1 & b'_1 & c'_1 & d'_1 & Y & 0 \\ a'' & b'' & c'' & d'' & 2X' & X \\ a''_1 & b''_1 & c''_1 & d''_1 & 2Y' & Y \end{vmatrix} = 0,$$

$a', b', \ldots, a'_1, b'_1, \ldots, a'', b'', \ldots, a''_1, b''_1, \ldots$ sont les dérivées premières et secondes des fonctions $a, b, \ldots, a_1, b_1, \ldots$, par rapport au paramètre dont elles dépendent; X, Y sont définis par les égalités (1), et l'on a posé

$$(3)\qquad \begin{cases} X' = a'x + b'y + c'z + d't, \\ Y' = a'_1x + b'_1y + c'_1z + d'_1t. \end{cases}$$

(L. Painvin.)

1185. Une surface du second degré est circonscrite à un tétraèdre. Par un point m de la surface, on mène à l'une des arêtes une parallèle rencontrant aux points a et b deux des faces du tétraèdre. Si l'on désigne par D la longueur du diamètre de la surface parallèle à cette arête, la somme $\sum \frac{ma \cdot mb}{D^2}$ étendue aux six arêtes est nulle.

(H. Faure.)