Nouvelles annales de mathématiques

C. Moreau

Propositions sur les nombres

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 14 (1875), p. 274-275

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__274_1>

PROPOSITIONS SUR LES NOMBRES;

PAR M. C. MOREAU,
Capitaine d'Artillerie.

1. Connaissant le mode de décomposition en facteurs premiers de l'entier n, trouver le nombre des racines de la congruence

$$x^2 \equiv 1 \pmod{n}.$$

2. P désignant le produit de tous les entiers inférieurs à un nombre n et premiers avec lui, indiquer quels sont les cas où n divise $P+1$.

3. Soient $a, b, \ldots, k$ les différents facteurs premiers qui entrent dans la composition de l'entier n, et m le plus petit commun multiple des nombres $\frac{n}{2ab\ldots k}$,

$a-1$, $b-1, \ldots, k-1$; montrer que tout nombre premier avec n satisfait à la congruence

$$x^m \equiv 1 \pmod{n}.$$

4. n étant un entier positif quelconque, démontrer l'égalité

$$1.2.3\ldots n = \sum_{k=0}^{k=n} (-1)^k \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{1.2.3\ldots k} (n-k+1)^n.$$

5. Quels que soient les entiers positifs m, n, p, on a

$$0 = \sum_{k=0}^{k=n} (-1)^k \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{1.2.3\ldots k}$$
$$\times (m+kp)(m+kp-1)\ldots(m+kp-n+2).$$

6. On tire successivement des boules d'une urne qui en contient m, toutes différentes, et avant chaque tirage on remet dans l'urne la boule qui en a été extraite au tirage précédent. Quelle est, dans ces conditions, la probabilité d'amener p fois de suite la même boule avant que pas une de q boules désignées à l'avance ne soit sortie?

En faisant, dans la formule trouvée, $m = 13$, $p = 4$, $q = 2$, on aura la chance du coup appelé *lansquenet* au jeu qui porte ce nom, en supposant que l'on se serve d'un nombre infini de jeux de cartes. Cette chance est $\frac{11}{4771} = 0{,}0023$ environ.