Nouvelles annales de mathématiques

Saltel

Sur la détermination analytique du centre d'une section plane faite dans une surface du second ordre

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 14 (1875), p. 271-273

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__271_1>

SUR LA DÉTERMINATION ANALYTIQUE DU CENTRE D'UNE SECTION PLANE FAITE DANS UNE SURFACE DU SECOND ORDRE;

Par M. SALTEL, à Fontenay-le-Comte.

Toute bonne méthode doit être directe et symétrique. Ce privilége fait défaut, ce nous semble, à la méthode enseignée dans les ouvrages pour déterminer analytiquement le centre d'une section plane, faite dans une surface du second ordre. La suivante, que nous proposons, nous paraît, au contraire, présenter ce double avantage.

Soit la section représentée par les équations

$$f(x, y, z) = 0,$$
$$Ax + By + Cz + \lambda = 0.$$

Toute droite, passant par l'origine et parallèle au plan

$$Ax + By + Cz + \lambda = 0,$$

est représentée par les équations

$$Ax + By + Cz = 0,$$
$$A'x + B'y + C'z = 0,$$

A', B', C' étant arbitraires, ou bien par

$$\frac{x}{BC' - CB'} = \frac{y}{CA' - AC'} = \frac{z}{AB' - BA'}.$$

Cela posé, si (x_0, y_0, z_0) sont les coordonnées du centre de la section, on a

$$Ax_0 + By_0 + Cz_0 + \lambda = 0;$$

en outre, toute droite

$$\frac{x - x_0}{BC' - CB'} = \frac{y - y_0}{CA' - AC'} = \frac{z - z_0}{AB' - BA'} = \rho,$$

contenue dans le plan de section et passant par le centre, est divisée en deux parties égales en ce point; donc l'équation en ρ, obtenue en substituant dans l'équation de la surface, à la place de x, y, z, les valeurs

$$x = x_0 + \rho(BC' - CB'),$$
$$y = y_0 + \rho(CA' - AC'),$$
$$z = z_0 + \rho(AB' - BA'),$$

devra avoir deux racines égales et de signes contraires; or le coefficient du terme du premier degré de cette équation est

$$[(BC' - CB')f'x_0 + (CA' - AC')f'y_0 + (AB' - BA')f'z_0)];$$

par conséquent on doit avoir

$$(BC' - CB')f'x_0 + (CA' - AC')f'y_0 + (AB' - BA')f'z_0 = 0;$$

mais comme cette relation a lieu, quels que soient A', B', C', on en conclura les égalités

$$\begin{aligned} Cf'y_0 - Bf'z_0 &= 0, \\ Cf'x_0 - Af'z_0 &= 0, \\ Bf'x_0 - Af'y_0 &= 0, \end{aligned}$$

qui se réduisent aux deux suivantes :

$$\frac{f'x_0}{A} = \frac{f'y_0}{B} = \frac{f'z_0}{C}.$$

Ces égalités, jointes à l'équation du plan, déterminent les coordonnées du centre en question.