Nouvelles annales de mathématiques

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 14 (1875), p. 178-180

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__178_1>

CORRESPONDANCE.

1. *Extrait d'une lettre de M. Genocchi.* — Dans le numéro de février 1875 de vos *Annales*, p. 63, je trouve un article du *P. Pepin*, sur une question que j'avais déjà résolue, c'est-à-dire sur la résolution en nombres rationnels des équations

$$x^2 + y^2 - 1 = z^2, \quad x^2 - y^2 - 1 = u^2.$$

Il cite une solution très-particulière et incomplète donnée dans le tome IX, p. 116 (1re série); mais il ne connaissait pas, sans doute, ma solution qui est tout à fait générale, et qui a paru dans le même Recueil, t. X, p. 80-85. Cet article, qui contient à la vérité quelques erreurs d'impression, est résumé dans les dernières lignes (p. 84-85), et je conclus par ces formules

$$x = \frac{p^4 + 4q^4 + r^2}{p^4 + 4q^4 - r^2}, \quad y = \frac{4pqr}{p^4 + 4q^4 - r^2},$$

où p, q, r sont trois nombres rationnels quelconques.

Puisque j'ai commencé à citer mes travaux, j'ajouterai que le Mémoire de M. Picart, dans le tome XII des *Nouvelles Annales* (2^e série), p. 418-422, sur la différence $n^{ième}$ exprimée par la dérivée $n^{ième}$, m'a fait souvenir d'un article sur le passage des différences aux différentielles, inséré dans le tome VIII, p. 385-388 (2^e série).

2. Nous avons reçu de M. Bourguet une lettre qui contient quelques observations critiques, et une nouvelle solution de la question 1077, déjà résolue (numéro de janvier, p. 77). Nous ferons prochainement connaître la solution de M. Bourguet.

3. *Extrait d'une lettre de M. Genty.* — A-t-on remarqué que la question 1127, résolue par M. Givelet, n'est autre chose que la question 1071, dont M. Gerono a donné une solution élégante, ou plutôt sa réciproque transformée par rayons vecteurs réciproques? Il suffit de prendre l'un des foyers de la conique pour centre d'inversion.

4. *Extrait d'une lettre de M. Catalan* (Liége, le 25 février). — Dans le dernier numéro des *Nouvelles Annales,* M. Bourguet démontre, fort simplement, une proposition presque évidente, mais qui n'est pas du tout la *généralisation* de la *question* 1135. En effet, soient $k=2$, $a_1=a$, $a_2=b$: le théorème de M. Bourguet devient

$$\frac{1.2.3\ldots(2a-1)\,1.2.3\ldots(2b-1)}{1.2\ldots(a-1)\,1.2\ldots(b-1)\,1.2\ldots(a+b-1)}$$

ou

$$\frac{a(a+1)(a+2)\ldots(2a-1)\,b(b+1)(b+2)\ldots(2b-1)}{1.2.3\ldots(a+b-1)} = \textit{entier}.$$

D'ailleurs le petit théorème d'Arithmétique proposé aux lecteurs des *Nouvelles Annales* est-il susceptible d'une généralisation *simple*? Je l'ignore. Procédant par induction, on pourrait supposer que

$$\frac{(a+1)\ldots 2a \times (b+1)\ldots 2b \times (c+1)\ldots 2c}{1.2.3\ldots(a+b+c)} = \textit{entier};$$

mais cette hypothèse est fausse. En effet, elle donne, par exemple,

$$\frac{3.4 \times 4.5.6 \times 3.4}{1.2.3.4.5.6.7} = \textit{entier}.$$