Nouvelles annales de mathématiques

A. Tourettes

Question de mécanique

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 14 (1875), p. 165-167
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__165_1>

QUESTION DE MÉCANIQUE (*);

PAR M. A. TOURETTES.

Une tige dépourvue d'élasticité, qui se meut parallèlement à elle-même sur un plan horizontal parfaitement uni, vient heurter contre un axe perpendiculaire au plan : déterminer la force du choc et la position de la tige un instant quelconque après la percussion.

Pour avoir le mouvement de la tige, il suffit de con-

(*) *Voir* P. JULLIEN, *Problèmes de Mécanique rationnelle*, t. II, p. 263.

naître la translation du centre de gravité et la rotation de la tige autour de ce centre.

Cela posé, soient

m la masse de la tige,
k son rayon de gyration autour du centre de gravité,
u la vitesse avant le choc,
c la distance du centre de gravité au point de la tige qui a reçu le choc,
B la force du choc.

Rapportons le centre de gravité à deux axes coordonnés Ox, Oy, dont l'origine soit au pied de l'axe fixe, le premier étant dirigé vers le centre de gravité à l'instant du choc, et le second du côté où la tige tend à avancer.

Désignons par α l'angle que la direction du mouvement avant le choc fait avec Oy, et par θ l'angle dont la tige a tourné dans le sens de rotation qui amène Ox vers Oy.

Soient v, v_1 les composantes de la vitesse du centre de gravité après le choc, parallèles aux axes Ox, Oy; $\frac{d\theta}{dt}$ la vitesse de rotation autour du centre de gravité. Si l'on remarque que B est mesurée par la quantité de mouvement communiquée à la tige, et qu'alors $\frac{B}{m}$ est la vitesse due à la percussion, en sens inverse de Oy, nous aurons

$$v = u\cos\alpha - \frac{B}{m}, \quad v_1 = u\sin\alpha, \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{Bc}{mk^2}.$$

Il faut une quatrième équation, puisque nous avons quatre inconnues v, v_1, $\frac{d\theta}{dt}$, B. Nous l'obtiendrons en exprimant que la vitesse est nulle au point O, au moment du choc; ce qui donne

$$u\cos\alpha - \frac{B}{m} = \frac{Bc^2}{mk^2}.$$

Au moyen de ces équations, nous avons successivement

$$B = \frac{mk^2 u \cos\alpha}{c^2 + k^2}, \quad v = \frac{c^2 u \cos\alpha}{c^2 + u^2}, \quad v_1 = u \sin\alpha,$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{cu \cos\alpha}{c^2 + k^2},$$

et de ces équations on tire immédiatement

$$x = u \sin\alpha . t + c, \quad y = \frac{c^2 u \cos\alpha}{c^2 + k^2}\, t,$$

$$\theta = \frac{cu \cos\alpha}{c^2 + k^2}\, t,$$

qui font connaître la position de la tige à l'époque t après le choc.