Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 11 (1872), p. 279-280

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1872_2_11__279_0>

CORRESPONDANCE.

1. *Extrait d'une Lettre de M. Moret-Blanc.* — Dans un article inséré même tome, p. 118, M. Mansion, en parlant de la méthode par laquelle j'ai intégré l'équation différentielle

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - 2\frac{d^2 y}{dx^2} + y = A e^x + B e^{-x} + C \sin x + D \cos x$$

s'exprime ainsi : « Le second devine la forme d'une solution particulière, ce qui lui permet d'arriver à la solution d'une manière très-expéditive. »

Je ferai remarquer que la méthode que j'ai employée n'exige aucune devination : la forme de l'intégrale particulière est celle du second membre de l'équation différentielle, sauf une légère différence dont je parlerai.

Il en est ainsi toutes les fois que, dans une équation différentielle linéaire à coefficients constants, le second membre est une expression, ou une somme d'expressions, de la forme

$$e^{mx}(A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \ldots + A_p x^p),$$

m étant réel ou imaginaire, ce qui comprend les sinus et cosinus.

En effet, ces expressions reproduisant par les différentiations et les intégrations successives des expressions de même forme, elles ne peuvent provenir que d'une intégrale de cette même forme, sauf le nombre des termes.

Ainsi, l'expression précédente ne peut provenir que d'une intégrale ayant une partie de la forme

$$e^{mx}(B_0 + B_1 x + \ldots + B_p x^p + \ldots + B_{p+n} x^{p+n}),$$

n étant l'ordre de l'équation différentielle; B_0, B_1, ...

sont des coefficients qu'on déterminera en identifiant l'équation différentielle déduite de l'expression précédente avec la proposée, et dont quelques-uns pourront être nuls.

Quelques remarques permettent, dans certains cas, d'abréger le calcul :

1° On peut supprimer, dans l'intégrale particulière, les termes qui seraient compris dans l'intégrale générale de l'équation privée de second membre;

2° Les termes $e^{mx}(B_{p+1}x^{p+1} + \ldots + B_{p+n}x^{p+n})$ ne font pas nécessairement partie de l'intégrale; on peut ne les y introduire que successivement jusqu'à ce qu'on ait autant d'indéterminées que de coefficients à identifier.

Je doute qu'aucune méthode conduise plus rapidement au résultat que celle-ci, dans les cas où elle est applicable.

2. Nous avons reçu plusieurs solutions de la question 854, que nous ne jugeons pas à propos d'insérer. Cette question n'est en effet, aux termes près, que la reproduction de la question 461, proposée en 1859 par M. Vannson, et l'on en trouve la solution t. XVIII, p. 242 et 273; t. XIX, p. 34; t. XX, p. 155.