Solutions des questions proposées dans les Nouvelles annales

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 10 (1871), p. 555-556

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1871_2_10__555_1>

SOLUTIONS DES QUESTIONS PROPOSÉES DANS LES NOUVELLES ANNALES.

Question 1044

(voir 2ᵉ série, t. X, p. 480) ;

PAR UN ABONNÉ.

1044. *Une droite et un segment fixe* AB *sont situés dans un plan quelconque; si l'on joint un point quelconque* P *du plan aux extrémités* A *et* B *du segment, les lignes* PA *et* PB *déterminent sur la droite la perspective* A'B' *du segment. Quelle courbe doit décrire le point* P *pour que cette perspective conserve toujours la même longueur?* (HARKEMA.)

Prenons pour axe des x la droite fixe et pour axe des y la droite qui contient le segment AB. Soient a et b les ordonnées des points A et B dont les abscisses sont nulles, l la longueur constante de A'B', α et β les coordonnées du point P.

Les droites PA et PB ont pour équation

$$\frac{y-\beta}{\beta-a}=\frac{x-\alpha}{\alpha}, \quad \frac{y-\beta}{\beta-b}=\frac{x-\alpha}{\alpha};$$

et les abscisses des points A′ et B′ où elles coupent l'axe des x ont pour valeurs

$$-\frac{a\alpha}{\beta-a} \quad \text{et} \quad -\frac{b\alpha}{\beta-b}.$$

On a donc, pour l'équation du lieu,

$$\frac{a\alpha}{\beta-a}-\frac{b\alpha}{\beta-b}=l,$$

ou, en réduisant,

$$(a-b)\alpha\beta=l(a-\beta)(b-\beta).$$

Le lieu est donc une hyperbole ayant l'axe des x pour asymptote, coupant l'axe des y aux points A et B, et dont la seconde direction asymptotique est la droite BC, obtenue en menant par le point A une droite AC égale et parallèle à A′B′.

Note. — La même question a été résolue par MM. Lecornu, élève au lycée de Caen; J. Murent, de Clermont-Ferrand; Kaher-Bey, au Caire.